

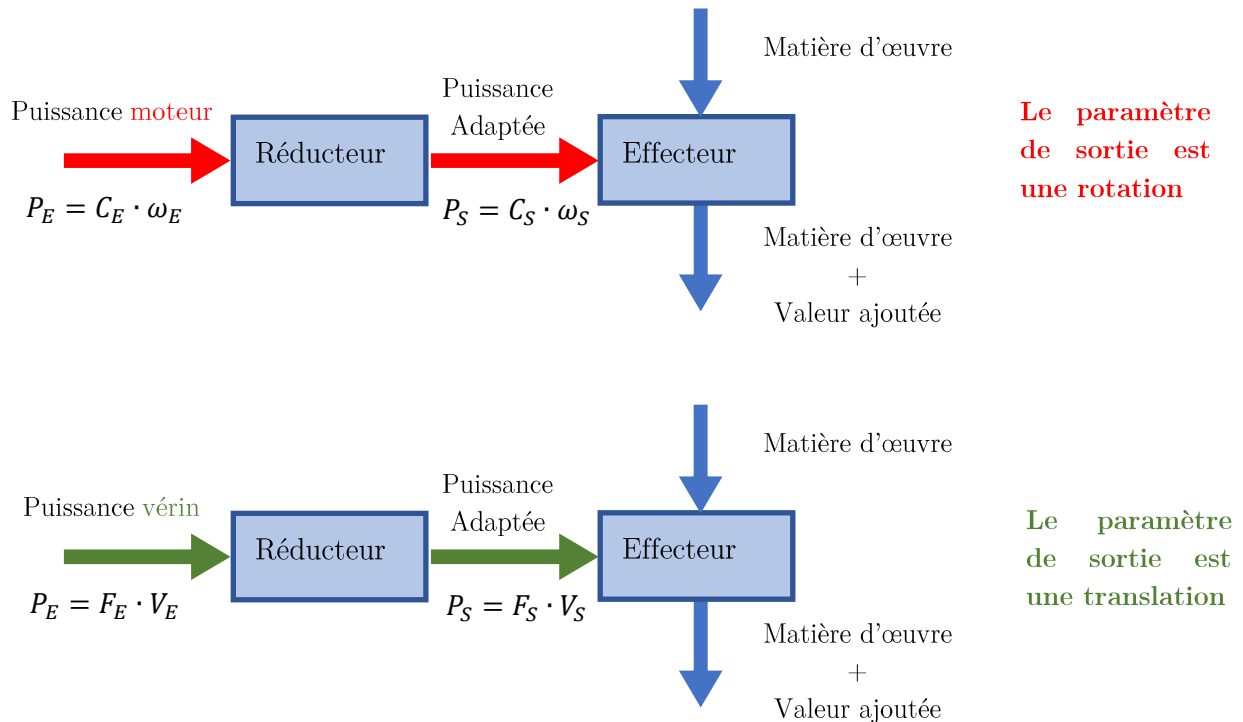
7 – Transmetteurs de puissance

Préambule : Nécessité d’une adaptation.	2
I Les réducteurs :	3
1) Les réducteurs à engrenage :	3
1.1) Rapport de transmission :	3
1.2) Rendement :	3
1.3) Principe de la transmission :	3
1.3.1) Caractéristiques technologiques :	4
1.3.2) Calcul du rapport de transmission :	4
1.4) Typologie :	5
1.5) Trains d’engrenages simples :	6
1.6) Train d’engrenages épicycloïdaux :	6
1.6.1) Détermination de la loi entrée-sortie par la méthode de Willis :	7
1.6.2) Différents cas possibles :	8
1.6.3) Quelques exemples avec satellites doubles :	9
1.6.4) Réalisations techniques :	9
2) Les réducteurs à poulies-courroie :	10
2.1) Calcul du rapport de transmission :	10
Hypothèses :	10
2.2) Typologie :	11
II Les systèmes de transformation de mouvement :	11
1) Le système pignon crémaillère :	11
2) Le système vis-écrou :	12

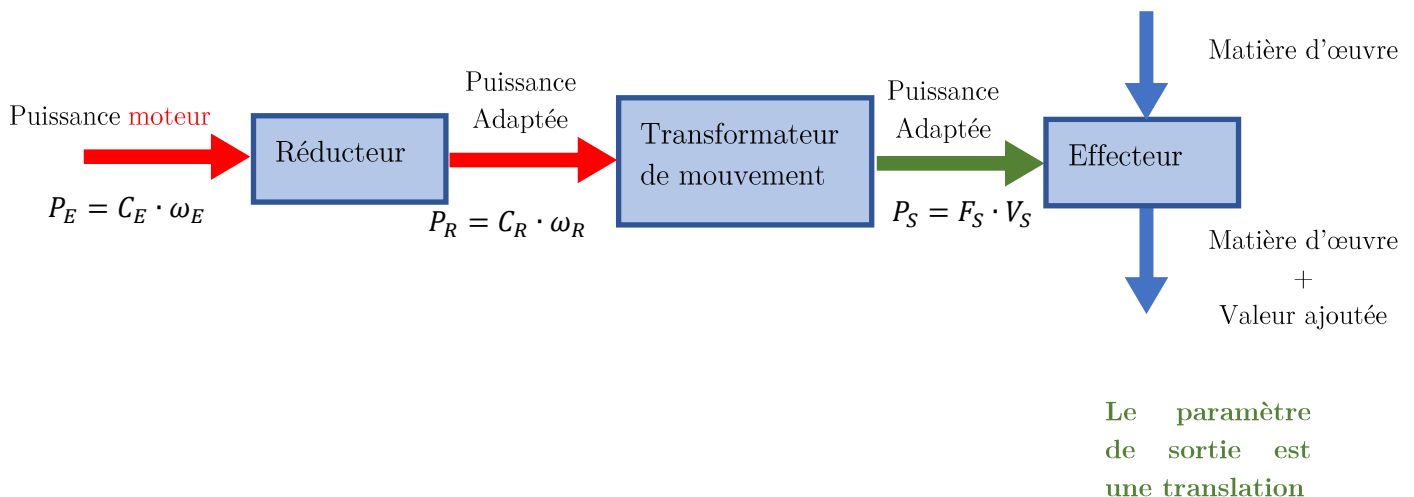
Préambule : Nécessité d'une adaptation.

Dans un système la motorisation d'un axe de transmission est confiée à un actionneur. La puissance mécanique créée par celui-ci est rarement directement utilisable par l'effecteur. L'adaptation de cette puissance est généralement incontournable.

Cette adaptation est souvent justifiée par la nécessité de l'augmentation du couple ou de la force à transmettre. Cela passe par une réduction de la vitesse angulaire ou linéaire en sortie de l'actionneur : c'est le rôle confié aux réducteurs.



D'autres fois le paramètre cinématique de sortie du système nécessite une modification de la nature du mouvement créé par l'actionneur : c'est le rôle confié aux transformateurs de mouvement. Ils sont souvent associés aux réducteurs placés en amont de la chaîne.



I Les réducteurs :

1) Les réducteurs à engrenage :

A ces dispositifs sont généralement associés deux paramètres qui sont parfaitement indépendants l'un de l'autre :

- Le rapport de transmission : $r = \frac{\omega_S}{\omega_E}$
- Le rendement : $\eta = \frac{P_S}{P_E}$

1.1) Rapport de transmission :

Définition :

Le rapport de transmission est défini comme étant un rapport entre la vitesse angulaire de sortie (notée ω_S) de sortie et la vitesse angulaire d'entrée (ω_E) du transmetteur.

$$r = \frac{\omega_S}{\omega_E}$$

Réducteur si $|r| < 1$

Multiplicateur si $|r| > 1$

1.2) Rendement :

Définition :

Le rendement traduit la performance énergétique du réducteur, il est défini par :

$$\eta = \frac{P_S}{P_E}$$

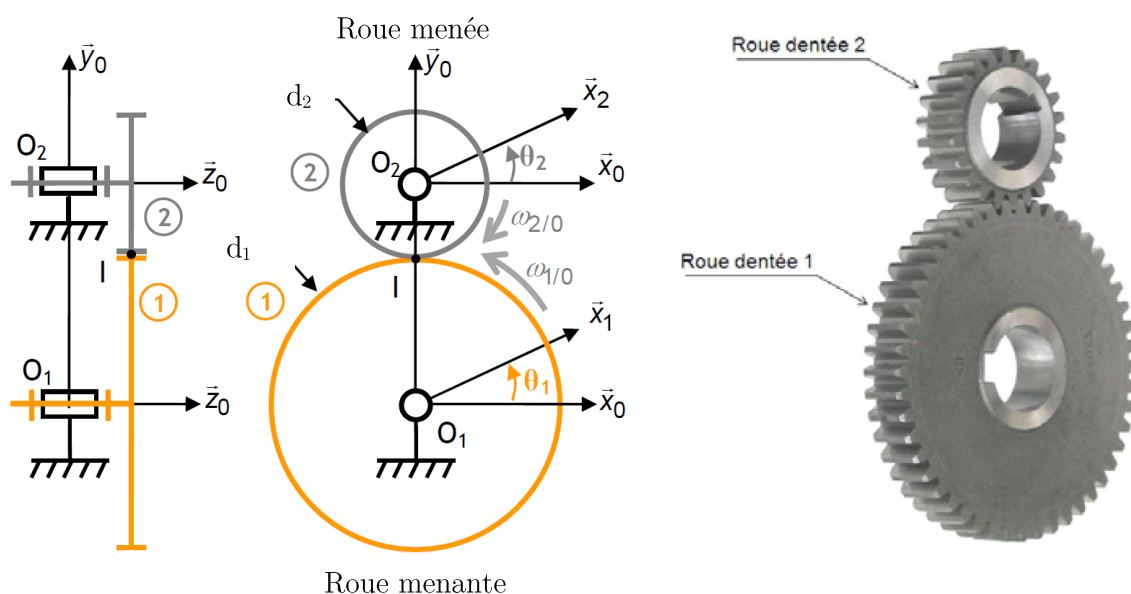
Dans une première approche on considère que $\eta = 1$

On dit alors que le réducteur est parfait, cela signifie : pas de puissance mécanique dégradée lors de la transmission. Autrement dit : $P_S = P_E$

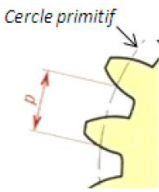
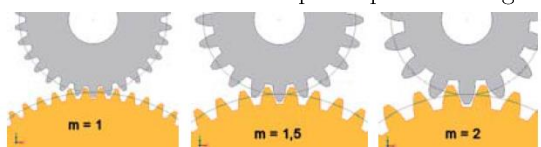
Plus généralement : $\eta < 1$

1.3) Principe de la transmission :

Deux roues cylindriques ou coniques sont en contact. La transmission se réalise très généralement par obstacle (roues dentées) entre une roue qui entraîne (roue menante) et une roue entraînée (roue menée).



1.3.1) Caractéristiques technologiques :

Diamètres primitifs	Nombre de dents
d_1 et d_2	Z_1 et Z_2
La forme des dents assure le roulement sans glissement au point de contact I des cercles fictifs de diamètres d_1 et d_2 . Ces cercles sont appelés cercles primitifs. Ils correspondent aux profils des roues de friction qui assureraient le même rapport de transmission.	
Pas primitif	Module
$p = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_1}{Z_1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_2}{Z_2}$ Le pas primitif (p) correspond à la longueur de l'arc de cercle primitif compris entre deux dents successives. Pour garantir l'engrènement, les pas primitifs des deux roues dentées doivent être égaux.	$m = \frac{d}{Z} \Rightarrow p = \pi \cdot m$ Le module (en mm) caractérise la forme de la dent. Les deux roues dentées doivent impérativement avoir le même module pour pouvoir engrener 

1.3.2) Calcul du rapport de transmission :

Hypothèses :

La transmission se fait sans glissement entre les roues (contact par obstacle). Cela se traduit cinématique par une condition de roulement sans glissement au point de contact I qui se traduit par : $\vec{V}_{I2/1} = \vec{0}$.

Démonstration :

D'après les hypothèses on peut écrire :

$$\vec{V}_{I2/1} = \vec{V}_{I2/0} - \vec{V}_{I1/0} = \vec{0}$$

Avec :

$$\vec{V}_{I1/0} = \vec{V}_{O_1 1/0} + \overrightarrow{IO_1} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = R_1 \cdot \vec{y}_0 \wedge \dot{\theta}_1 \cdot \vec{z}_0 = R_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_0$$

Et

$$\vec{V}_{I2/0} = \vec{V}_{O_2 2/0} + \overrightarrow{IO_2} \wedge \vec{\Omega}_{2/0} = -R_2 \cdot \vec{y}_0 \wedge \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_0 = -R_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{x}_0$$

Donc :

$$-R_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{x}_0 - R_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_0 = \vec{0} \Rightarrow R_2 \cdot \dot{\theta}_2 = -R_1 \cdot \dot{\theta}_1$$

On en déduit le **rapport de transmission**¹ :

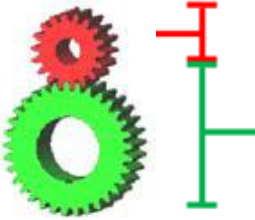
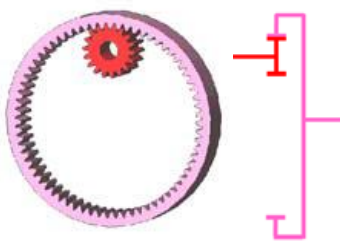
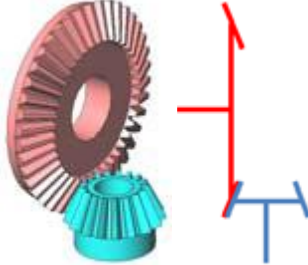
$$r = \frac{\omega_S}{\omega_E} = \frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1} = -\frac{R_1}{R_2}$$

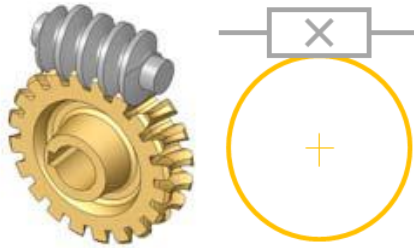
Soit en introduisant le nombre de dents :

$$r = \frac{\omega_S}{\omega_E} = \frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1} = -\frac{R_1}{R_2} = -\frac{d_1}{d_2} = -\frac{m \cdot Z_1}{m \cdot Z_2}$$

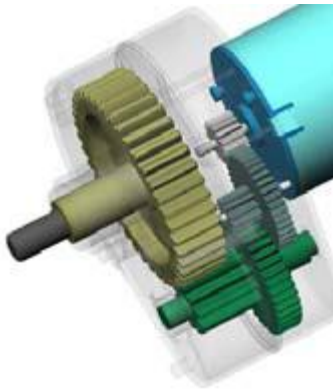
$$r = \frac{\omega_S}{\omega_E} = -\frac{Z_1}{Z_2} = -\frac{Z_{menante}}{Z_{menée}}$$

1.4) Typologie :

Engrenages cylindriques extérieurs	Engrenages cylindriques intérieurs	Engrenages coniques	
			
Ils transmettent un mouvement de rotation entre des arbres à axes parallèles.		Ils transmettent un mouvement de rotation entre des arbres à axes concourants perpendiculaires ou non.	
 à denture droite		 à denture hélicoïdale	
<u>Avantages :</u> • simples ; • économiques ; • ils peuvent admettre des déplacements axiaux.	<u>Inconvénient :</u> • Bruyants.	<u>Avantages :</u> • plus silencieux ; • ils permettent de transmettre des couples plus importants.	<u>Inconvénient :</u> • Ils sont à l'origine d'efforts axiaux.

Engrenage roue et vis sans fin	<u>Avantages :</u>	<u>Inconvénients :</u>
	• rapport de réduction important (jusqu'à 150) ;	• faible rendement (60%) ; • forte usure • bien souvent irréversible
	Dans le cas particulier d'un engrenage roue et vis sans fin, le rapport de transmission est : $r = \frac{\omega_{roue/0}}{\omega_{vis/0}} = \frac{Z_{vis}}{Z_{roue}} \begin{cases} Z_{vis}: \text{nbre de filets de la vis} \\ Z_{roue}: \text{nbre de dents de la roue} \end{cases}$	

1.5) Trains d'engrenages simples :



Pour augmenter le rapport de réduction on peut associer dans un réducteur plusieurs engrenages en série. On parle alors de train d'engrenages.

Lorsque toutes les roues dentées sont en mouvement de rotation par rapport au bâti, on parle de « train simple ».

Dans la pratique, pour calculer la loi entrée-sortie d'un train d'engrenages simple, il est inutile de repartir de la condition de RSG au point de contact.

On utilise directement la formule suivante qui définit le rapport de transmission :

$$r = \frac{\omega_{S/0}}{\omega_{E/0}} = (-1)^n \cdot \frac{\prod Z_{Menantes}}{\prod Z_{menées}}$$

$(-1)^n$ donne le sens de rotation de la sortie par rapport à l'entrée avec n : nombre de contacts extérieurs entre roues.

On qualifie de roue menante toute roue motrice dans le train d'engrenage et de roue menée toute roue réceptrice dans le train d'engrenages.

Exemple :

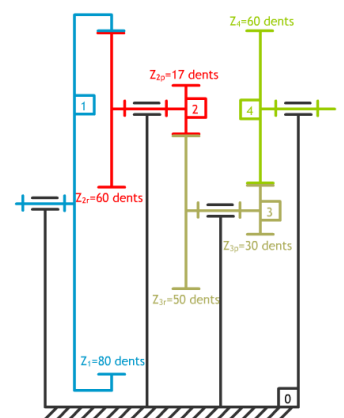
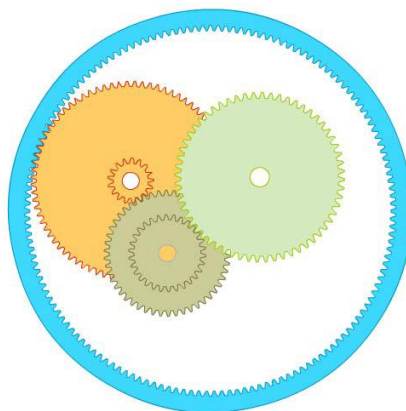
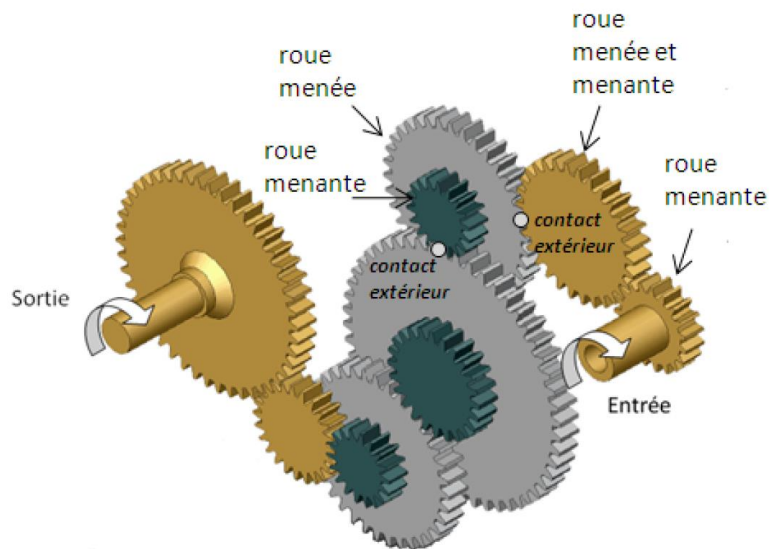
Soit 1 la roue d'entrée de ce réducteur et 4 la roue de sortie. Le rapport de transmission 4/0

$r = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ est tel que :

$$r = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = (-1)^2 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_{2p} \cdot Z_{3p}}{Z_{2r} \cdot Z_{3r} \cdot Z_4} = \frac{80 \cdot 17 \cdot 30}{60 \cdot 50 \cdot 60}$$

Finalement :

$$r = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = 0.23$$



1.6) Train d'engrenages épicycloïdaux :

Avec un seul train d'engrenages simple, la réduction de vitesse n'est généralement pas suffisante et les arbres de sortie et d'entrée ne sont pas coaxiaux. L'utilisation de trains simples à plusieurs étages permet de combler ces problèmes mais cette solution devient rapidement encombrante et lourde.

Un des deux planétaires ou le porte-satellite peuvent être le mouvement d'entrée ou de sortie 1. Pour déterminer la loi entrée-sortie d'un train épicycloïdal, on peut soit écrire les conditions de roulement sans glissement aux points de contact entre le satellite et les planétaires (en I et J) ou bien utiliser la relation de Willis.

$$r_G = \frac{\omega_{S/0}}{\omega_{E/0}}$$

Le schéma illustre un convertisseur de tension à découpage à deux transistors et deux diodes. L'entrée (1) est connectée à un transistor (2) et à une diode (3). La sortie (4) est connectée à un second transistor et à une diode. Le circuit est alimenté par une source de tension et est relié à la terre.

Diagram illustrating a basic neural network structure with three layers:

- Entrée (orange oval)
- 1 (orange circle)
- 2 (teal circle)
- 3 (black circle)
- Sortie basique (red oval)

Arrows indicate the flow from Entrée to 1, 1 to 2, and 2 to 3. The text "engrène sur" (engraves on) is written below the arrow connecting nodes 1 and 2.

7/13

La raison basique sera donc égale à :

$$r_b = \frac{\omega_{Sortie\ basique/0}}{\omega_{E/0}} = (-1)^n \cdot \frac{\prod Z_{Menantes}}{\prod Z_{menées}}$$

Soit dans notre exemple :

$$r_b = \frac{\omega_{Sortie\ basique/0}}{\omega_{E/0}} = (-1)^1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_2 \cdot Z_3} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

Après avoir déterminé la raison basique, on utilise la formule de Willis à savoir :

$$r_b = \frac{\omega_{Sortie\ basique/0} - \omega_{porte\ satellite/0}}{\omega_{E/0} - \omega_{porte\ satellite/0}}$$

Dans notre exemple :

$$r_b = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}}$$

Mais ici la sortie basique (couronne 3) est liée au bâti donc : $\omega_{3/0} = 0$.

On obtient alors :

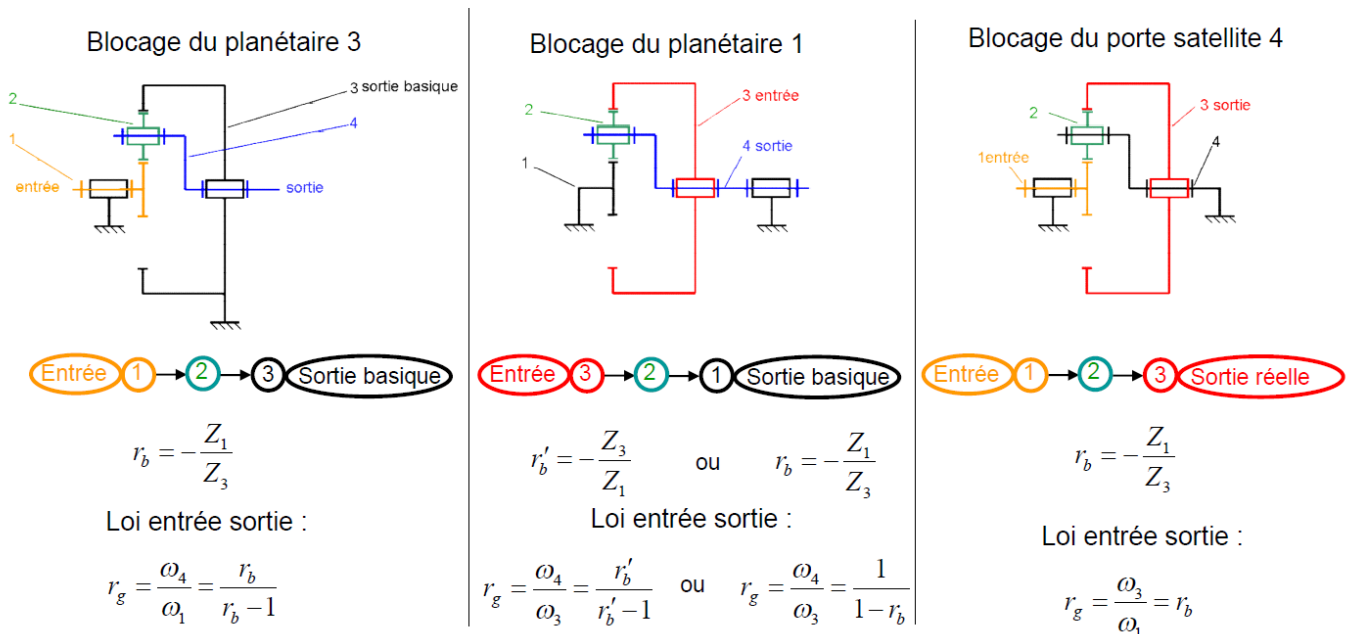
$$r_b = \frac{-\omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}}$$

Finalement, nous pouvons exprimer, à partir de la relation obtenue précédemment, le rapport de transmission (loi E/S) pour cet exemple :

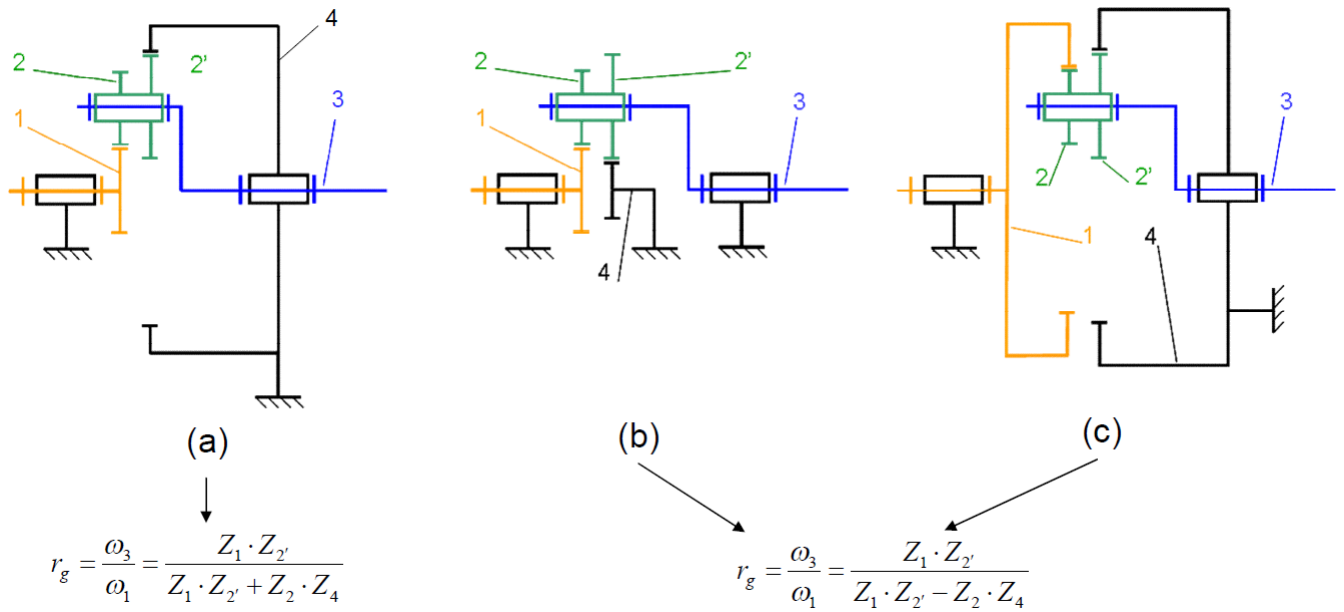
$$r_G = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{r_b}{r_b - 1} \text{ soit : } r_G = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$$

1.6.2) Différents cas possibles :

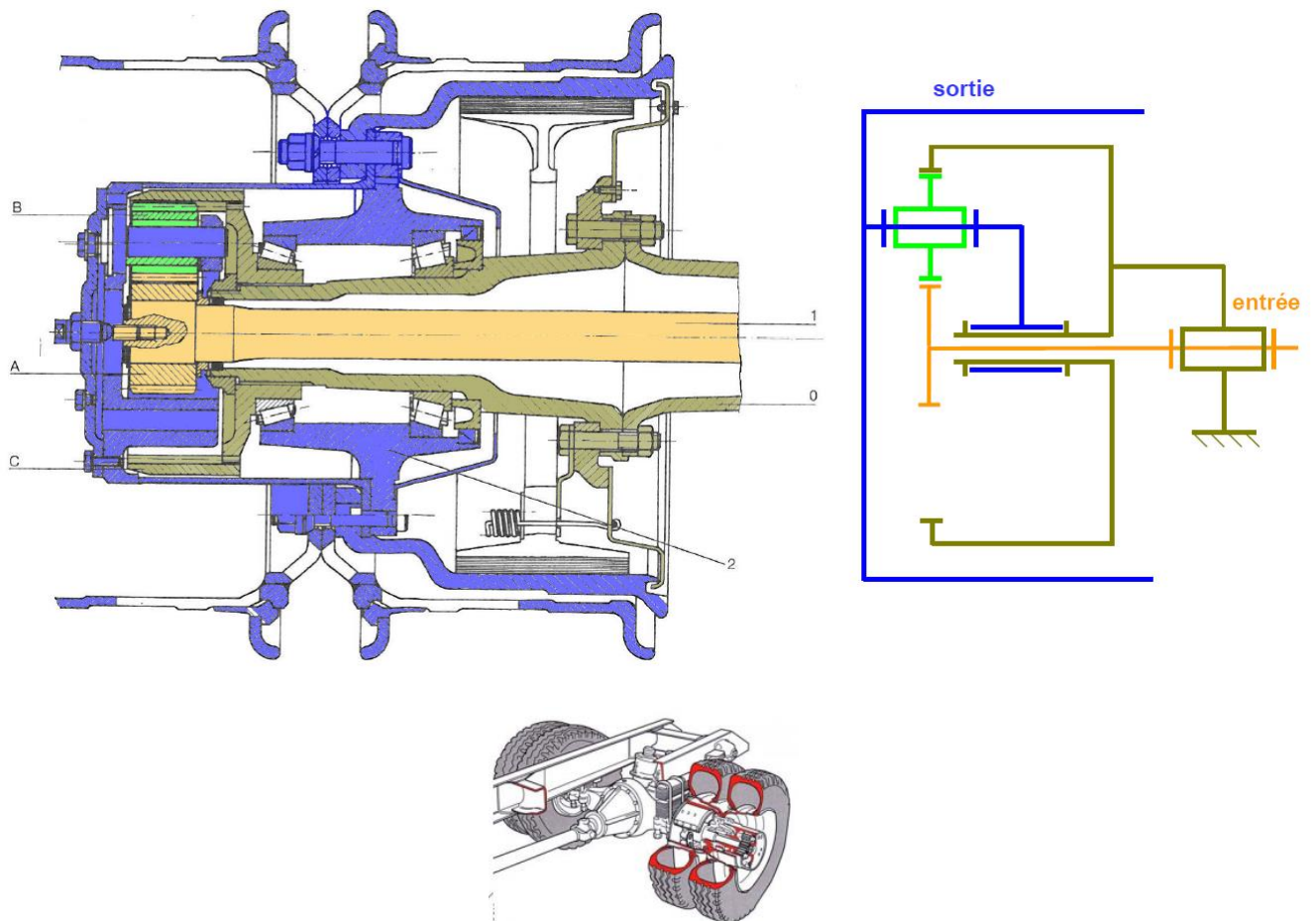
Avec le même train épicycloïdal on peut générer plusieurs cas possibles :



1.6.3) Quelques exemples avec satellites doubles :



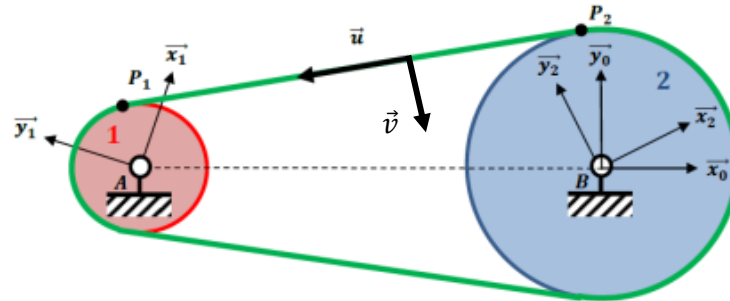
1.6.4) Réalisations techniques :



2) Les réducteurs à poulies-courroie :

Deux roues appelées poulies sont liées complètement à un arbre moteur et un arbre récepteur. La courroie est un lien flexible qui s'enroule autour de chaque poulie et qui les relie.

La poulie liée à l'arbre moteur s'appelle poulie menante et celle liée à l'arbre récepteur est appelée poulie menée.



2.1) Calcul du rapport de transmission :

Hypothèses :

- Les deux poulies 1 et 2 sont en liaison pivot respectivement en A et en B avec le bâti 0
 - La poulie 1 est motrice, R_1 est son rayon, on note $\vec{\Omega}_{10} = \omega_E \cdot \vec{z}_0$ sa vitesse de rotation
 - La poulie 2 est réceptrice, R_2 est son rayon, on note $\vec{\Omega}_{20} = \omega_S \cdot \vec{z}_0$
- La courroie est inextensible :

$$\vec{V}_{P_1 \text{ courroie}/0} = \vec{V}_{P_2 \text{ courroie}/0} \quad (a)$$
- La courroie ne glisse pas sur les poulies : $\vec{V}_{P_1 \text{ courroie}/1} = \vec{0}$ et $\vec{V}_{P_2 \text{ courroie}/2} = \vec{0}$

Démonstration :

D'après les hypothèses on peut écrire :

$$\vec{V}_{P_1 \text{ courroie}/0} = \vec{V}_{P_1 1/0} \text{ et } \vec{V}_{P_2 \text{ courroie}/0} = \vec{V}_{P_2 2/0} \quad (b)$$

Par ailleurs :

$$\begin{aligned} \vec{V}_{P_1 1/0} &= \vec{V}_{O_1 1/0} + \vec{P_1 A} \wedge \vec{\Omega}_{10} \\ \vec{V}_{P_1 1/0} &= \vec{P_1 A} \wedge \vec{\Omega}_{10} \end{aligned}$$

Car

$$\vec{V}_{O_1 1/0} = \vec{0} \quad (A \text{ sur l'axe du mouvement de rotation de } 1/0)$$

Donc :

$$\begin{aligned} \vec{V}_{P_1 1/0} &= R_1 \cdot \vec{v} \wedge \omega_E \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{V}_{P_1 1/0} &= R_1 \cdot \omega_E \cdot \vec{u} \end{aligned}$$

De même :

$$\vec{V}_{P_2 2/0} = R_2 \cdot \omega_S \cdot \vec{u}$$

Finalement d'après (a) et (b) il vient :

$$R_1 \cdot \omega_E = R_2 \cdot \omega_S$$

On en déduit le **rapport de transmission** :

$$r = \frac{\omega_S}{\omega_E} = \frac{R_1}{R_2}$$

2.2) Typologie :

Système poulies-courroie crantée	Système poulies-courroie asynchrone
	
<u>Avantages :</u> Transmission synchrone : pas de glissement entre la courroie et les poulies $r = \frac{\omega_S}{\omega_E} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$ Z_i nombre de dents de la poulie i Mise en tension de la courroie non nécessaire, transmission par obstacle	<u>Inconvénients :</u> Glissement fonctionnel structurel (g) entre la courroie et les poulies $r = \frac{\omega_S}{\omega_E} = (1 - g) \cdot \frac{R_1}{R_2}$ Nécessite une mise en tension de la courroie, transmission par adhérence

II Les systèmes de transformation de mouvement :

A ces dispositifs sont généralement associés :

- La loi entrée-sortie : $\lambda = f(\theta)$ ou $\theta = f^{-1}(\lambda)$
- Le rendement : $\eta = \frac{P_S}{P_E}$

Ces dispositifs sont parfois irréversibles c'est-à-dire que la loi entrée sortie n'a pas de fonction inverse.

1) Le système pignon crémaillère :

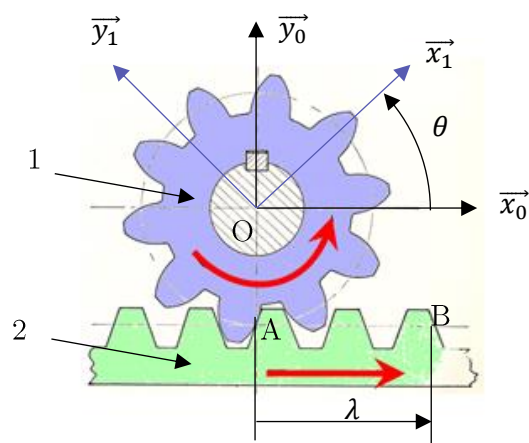
Données et hypothèses :

Le pignon 1 de rayon R est en liaison pivot d'axe $(O; \vec{z}_0)$ avec le bati 0 non représenté.

La crémaillère est en liaison glissière de direction $\vec{x}_0$ avec le bati 0.

La liaison entre 2 et 1 est de nature cylindre plan en A. La transmission se faisant par obstacle on suppose qu'il y a roulement sans glissement en a entre 2 et 1.

- $\vec{AO} = R \cdot \vec{y}_0$ et $\vec{AB} = \lambda(t) \cdot \vec{x}_0$
- $\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0$



Recherche de la loi entrée sortie :

D'après les hypothèses $\overrightarrow{V_{A2/1}} = \vec{0}$ (a) :

Par composition des vecteurs vitesse au point A entre les solides 2, 1 et 0 :

$$\overrightarrow{V_{A2/1}} = \overrightarrow{V_{A2/0}} + \overrightarrow{V_{A0/1}} \text{ (b)}$$

Calculons $\overrightarrow{V_{A1/0}}$:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V_{A1/0}} &= \overrightarrow{V_{O1/0}} + \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{10}} \\ \overrightarrow{V_{A1/0}} &= \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{10}} \end{aligned}$$

Car

$$\overrightarrow{V_{O1/0}} = \vec{0} \text{ (A sur l'axe du mouvement de rotation de 1/0)}$$

Donc :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V_{A1/0}} &= R \cdot \overrightarrow{y_0} \wedge \dot{\theta} \cdot \overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{V_{A1/0}} &= R \cdot \dot{\theta} \cdot \overrightarrow{x_0} \end{aligned}$$

D'autre part calculons $\overrightarrow{V_{A2/0}}$:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V_{A2/0}} &= \overrightarrow{V_{B2/0}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{20}} \\ \overrightarrow{V_{A2/0}} &= \overrightarrow{V_{B2/0}} \end{aligned}$$

Car

$$\overrightarrow{\Omega_{20}} = \vec{0} \text{ (Mouvement de translation de 2/0)}$$

Et :

$$\overrightarrow{V_{B2/0}} = \left. \frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} \right|_{R_0} = \dot{\lambda} \cdot \overrightarrow{x_0}$$

D'après (a) et (b) il vient la loi entrée sortie :

$$\dot{\lambda} = R \cdot \dot{\theta} \text{ ou } \lambda = R \cdot \theta$$

(En considérant la constante d'intégration nulle).

Réversibilité du système :

Le rendement η étant voisin de 1, le système est considéré comme réversible.

2) Le système vis-écrou :

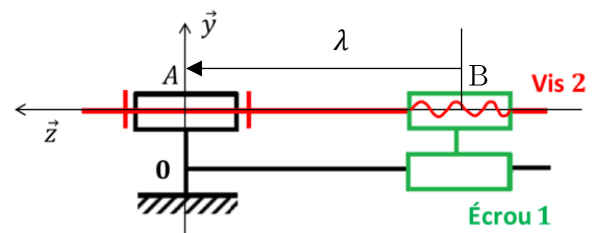
Données :

L'écrou 1 est en liaison glissière de direction $\overrightarrow{z_0}$ avec le bâti 0.

La vis 2 est en liaison pivot d'axe (A; $\overrightarrow{z_0}$) avec le bâti 0.

La liaison entre 2 et 1 est une hélicoïdale d'axe (A; $\overrightarrow{z_0}$) de pas p .

$$\overrightarrow{BA} = \lambda(t) \cdot \overrightarrow{z_0} \text{ et } \overrightarrow{\Omega_{2/0}} = \dot{\theta} \cdot \overrightarrow{z_0}$$



Loi entrée sortie :

On montre que la loi entrée sortie « habituelle » de ce type de système est égale à :

$$\dot{\lambda} = \pm \frac{p}{2\pi} \cdot \dot{\theta} \text{ ou } \lambda = \pm \frac{p}{2\pi} \cdot \theta$$

(En considérant la constante d'intégration nulle).

Le signe dépend de la vis : positif pour un pas de vis « à droite » (cas le plus courant), négatif pour un pas de vis « à gauche » (rare).

Remarque :

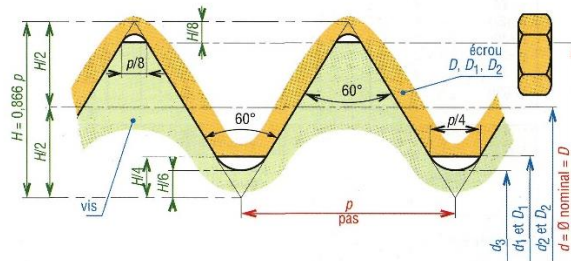
Cette relation n'est valable que dans le cas d'une liaison hélicoïdale parfaite (ce qui est rare !)

Réversibilité du système :

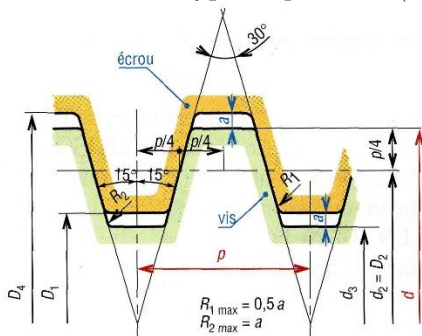
Le système vis écrou est très souvent irréversible du fait de son rendement faible (mis à part les systèmes vis-écrou à billes).

Les rendements habituellement constatés sont les suivants :

- Profil du filet de type ISO (vis d'assemblage) : **$\eta \approx 0.2$**



- Profil du filet de type trapézoïdal (destiné à la transformation de mouvement) : **$\eta \approx 0.35$**



- **Vis à billes : $\eta \approx 95$** (système réversible)

