

5.2 SLCI-Stabilité-Précision¹

Connaissances C2	Savoir-faire
Stabilité des SLCI : - définition entrée bornée - sortie bornée (EB-SB) - équation caractéristique - position des pôles dans le plan complexe - marges de stabilité (de gain et de phase)	- Analyser la stabilité d'un système à partir de l'équation caractéristique - Déterminer les paramètres permettant d'assurer la stabilité du système - Relier la stabilité aux caractéristiques fréquentielles

Sommaire

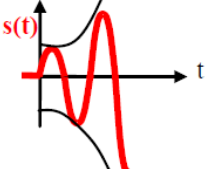
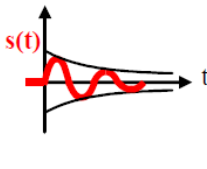
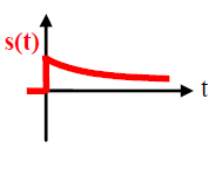
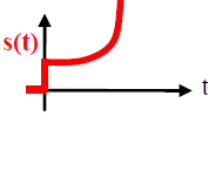
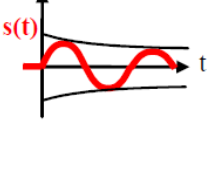
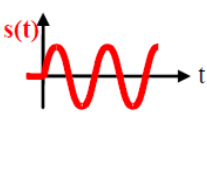
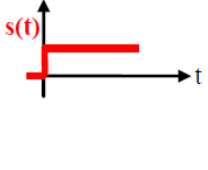
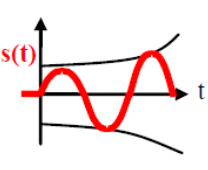
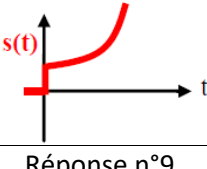
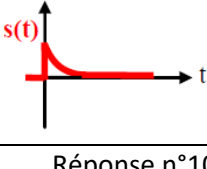
5.2.1 Réponses à un Dirac :	2
I Présentation :	2
II Travail demandé :	2
5.2.2 Stabilité à partir des pôles de la FTBF :	2
I Présentation :	2
II Travail demandé :	2
5.2.3 Stabilité : Application du critère algébrique :	2
I Présentation :	2
II Travail demandé :	3
5.2.4 Stabilité : Correction d'un asservissement de position :	3
I Présentation :	3
II Travail demandé :	3
Document réponse.....	4
5.2.5 Stabilité : Correction d'une commande en vitesse :	5
5.2.6 Stabilité :	6
I Présentation :	6
II Travail demandé :	6
5.2.7 Camera de poursuite SPEEDCAM	7
5.2.8 Appareil de mammographie :	9
I. Modélisation de la chaîne d'actions.....	10
I.1. Détermination de la structure de la commande du moteur :	10
Document réponse :	12
5.2.9 Véhicule auto-balançé de type Segway® :	14
I. Présentation	14
I.1. Fonctionnement.....	14
I.2. Structure.....	14
II. Étude de l'Asservissement	16
II.1. Paramétrage :	16
II.2. Vérification graphique des performances attendues après réglage :	16
III. Modélisation et étude de l'asservissement du Segway	17
III.1.1 Modélisation de la chaîne d'action (moto-réducteur+chariot).....	17
III.1.2 Modélisation de l'asservissement du Segway :	18
III.1.3 Détermination des performances en précision.....	19
III.1.4 Détermination des performances en rapidité.....	20
III.1.5 Performances en stabilité	20
III.1.6 Choix du correcteur.....	20

¹ d'après F. Mathurin

5.2.1 Réponses à un Dirac :

I Présentation :

On donne ci-dessous la réponse à un Dirac de plusieurs systèmes.

			
Réponse n°1	Réponse n°2	Réponse n°3	Réponse n°4
			
Réponse n°5	Réponse n°6	Réponse n°7	Réponse n°8
			
Réponse n°9	Réponse n°10		

II Travail demandé :

Q1. Pour chaque cas déterminer si la réponse est celle d'un système stable, instable ou marginalement stable.

5.2.2 Stabilité à partir des pôles de la FTBF :

I Présentation :

On donne ci-dessous les pôles des FTBF de plusieurs systèmes :

$FTBF_1 : -1 ; -2$	$FTBF_4 : -2+3.j ; -2-3.j ; -2$	$FTBF_7 : -1+j ; -1-j$
$FTBF_2 : -3 ; -2 ; 0$	$FTBF_5 : -j ; j ; -1 ; 1$	$FTBF_8 : 2 ; -1 ; -3$
$FTBF_3 : -2+j ; -2-j ; 2.j ; -2.j$	$FTBF_6 : -1 ; +2$	$FTBF_9 : -6 ; -4 ; 7$

II Travail demandé :

Q1. Pour chaque cas déterminer si les systèmes sont stables, instables ou marginalement stables.

5.2.3 Stabilité : Application du critère algébrique :

I Présentation :

On donne ci-dessous les FTBO de 3 systèmes asservis en retour unitaire.

$$G_1(p) = \frac{K}{p \cdot (p+4)} ; G_2(p) = \frac{K \cdot (1 + \tau \cdot p)}{(p+1) \cdot (1 + 0,5 \cdot p)} ; G_3(p) = \frac{K}{5 \cdot p^2 + 8 \cdot p + 5}$$

II Travail demandé :

Q1. Déterminer, à l'aide du critère algébrique, si les systèmes sont stables en boucle fermée et donner les valeurs de K admissibles.

52.4 Stabilité : Correction d'un asservissement de position :

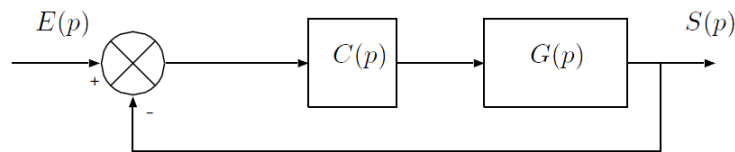
I Présentation :

On considère un asservissement de position dont la fonction de transfert est :

$$G(p) = \frac{1}{p \cdot (1 + \tau \cdot p)}$$

dans lequel $\tau = 0.3s$ est la constante de temps.

On réalise un asservissement proportionnel à retour unitaire, dont le schéma est donné ci-dessous :



$$C(p) = K_p \text{ avec } K_p \text{ réel positif}$$

II Travail demandé :

Q1. Déterminer la fonction de transfert en Boucle Ouverte du système corrigé

Q2. Déterminer la fonction de transfert en Boucle Fermée du système corrigé

Etude du système sans correcteur ($K_p = 1$) :

Q3. On effectue une étude harmonique. Quelle est la pulsation de coupure du système ?

Q4. Tracer les diagrammes de Bode du système permettant d'étudier la stabilité (voir documents réponses)

Q5. Déterminer la marge de phase du système.

Calcul d'un correcteur :

On souhaite corriger le système à l'aide d'un correcteur proportionnel afin d'obtenir une marge de phase de 45°

Q6. Déterminer, la valeur du gain du correcteur répondant au cahier des charges

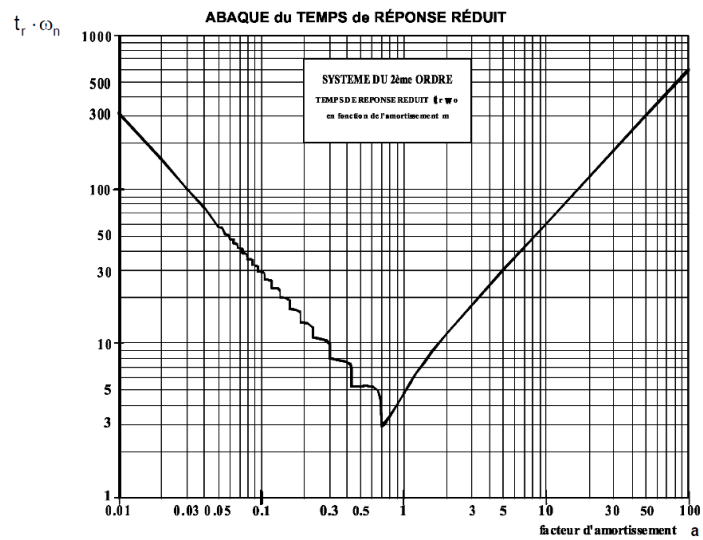
Q7. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée du système corrigé.

Temps de réponse :

Q8. Mettre la Fonction de Transfert du système non corrigé, puis du système corrigé sous la forme canonique suivante :

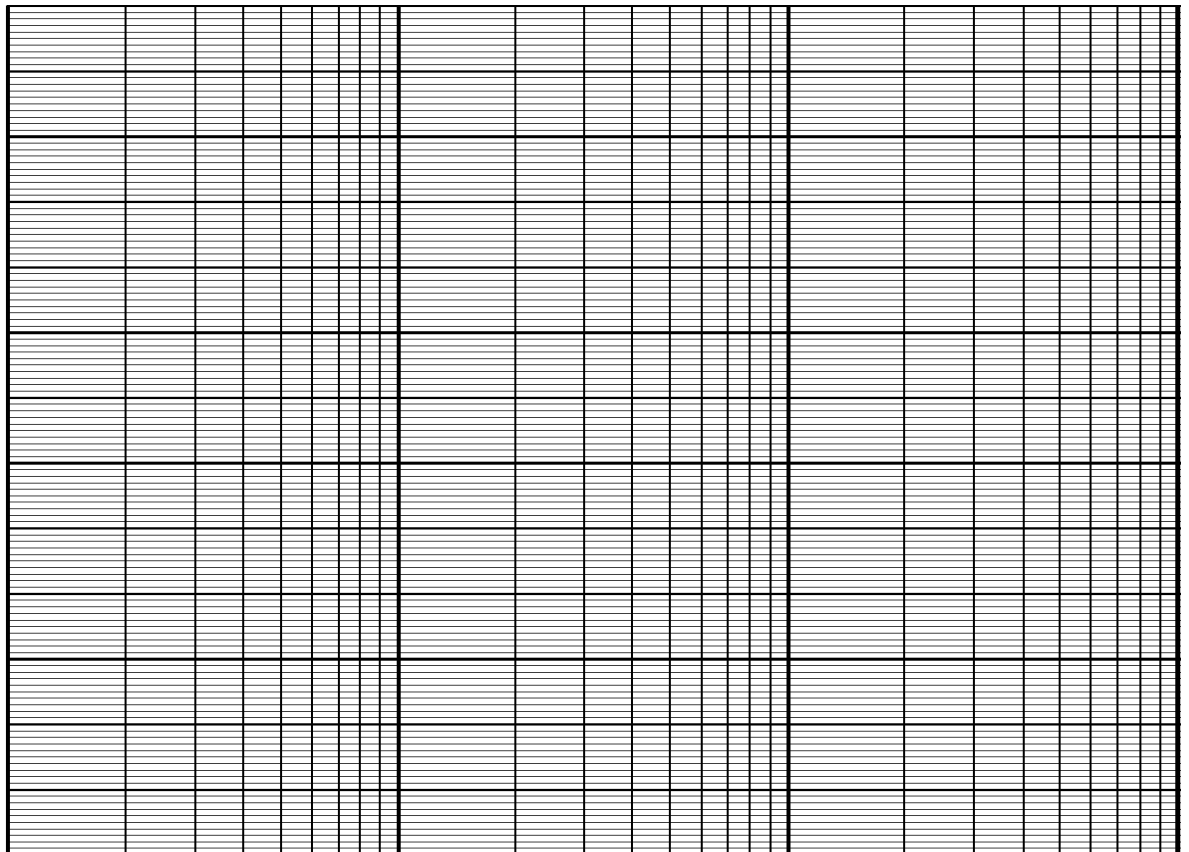
$$F(p) = \frac{K}{1 + \frac{2 \cdot a}{\omega_n} \cdot p + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot p^2}$$

Q9. Calculer, à partir des abaques, le temps de réponse du système corrigé et du système non corrigé. Comparer et déduire le rôle du correcteur.



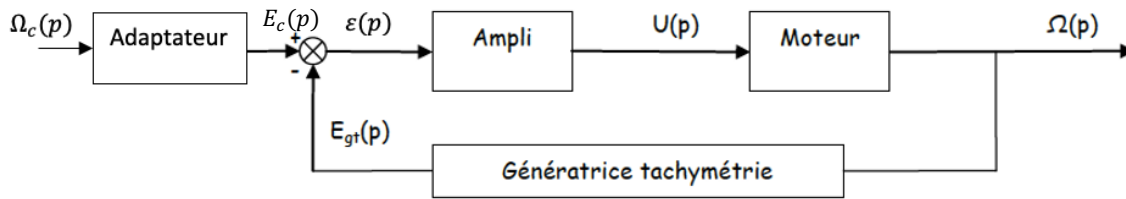
D'après (Chauveau ; Systèmes asservis Linéaires ;educalivre)

Document réponse



5.2.5 Stabilité : Correction d'une commande en vitesse :

L'asservissement de vitesse d'un moteur électrique de machine d'essai est décrit par le schéma bloc suivant.



La génératrice tachymétrique nous fournit une tension proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur : $e_{gt}(t) = K_{gt} \cdot \omega(t)$ avec $K_{gt} = 0,19 \text{ V.s}$

Fonction de l'amplificateur : $u(t) = K_a \cdot \varepsilon(t)$ avec $K_a = 17$

La fonction de transfert du moteur courant continu associée à l'inertie de sa génératrice tachymétrique et de la machine de fatigue est la suivante :

$$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{1,8}{(1 + 0,02 \cdot p) \cdot (1 + 0,004 \cdot p)}$$

Q1. Afin que l'asservissement de vitesse soit bien calculé, il est habituel que lorsque la réponse de celui-ci atteint la valeur de la consigne, l'écart $\varepsilon(t)$ doit être nul. Dans ce cas de figure déterminer la fonction transfert $H_A(p)$ de l'adaptateur.

L'objectif ici est de travailler sur la stabilité de l'asservissement.

Q2. Donner l'expression numérique la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p) = \frac{E_{gt}(p)}{\varepsilon(p)}$

Q3. Calculer la pulsation ω_{0dB} , pour laquelle le module de $H_{BO}(j \cdot \omega)$ est égal à 1, et ω_{MP} pour laquelle l'argument de $H_{BO}(j \cdot \omega)$ est égal à -135° .

Q4. Calculer la marge de phase de $H_{BO}(p)$

Afin d'améliorer les caractéristiques de l'asservissement (précision, rapidité) on désire obtenir diminuer la marge de phase à la valeur limite du critère de la stabilité c'est à dire $MP = 45^\circ$

Q5. En utilisant les résultats de la question précédente, calculer la valeur à donner au correcteur proportionnel $C(p) = K_p$ à mettre en ligne avec l'amplificateur.

On considère maintenant que le correcteur proportionnel possède un gain $C(p) = 2$.

Q6. Déterminer la valeur de la Fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement de vitesse avec correcteur.

$$H_{BF} = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$$

Q7. Donner la précision statique du système ainsi réalisé en pourcentage. Comment l'améliorer ?

52.6 Stabilité :

I Présentation :

Un servomécanisme inconnu à retour unitaire est soumis en boucle ouverte à une analyse harmonique. Le signal appliqué à l'entrée du système est de la forme $e(t)=\sin\omega.t$; On enregistre à la sortie un signal $s(t)=G.\sin(\omega t+\varphi)$.

On a noté pour différentes valeurs de ω :

ω (rad/s)	"0"	1	2	3	4	5	6	8	10	20	50	" ∞ "
G (dB)	9,5	10	11	14	15,6	10,5	6,3	- 0,5	- 5	- 19,5	- 34	- ∞
φ (°)	0	- 8	- 18	- 40	- 90	- 132	- 149	- 161	- 167	- 174	- 178	- 180

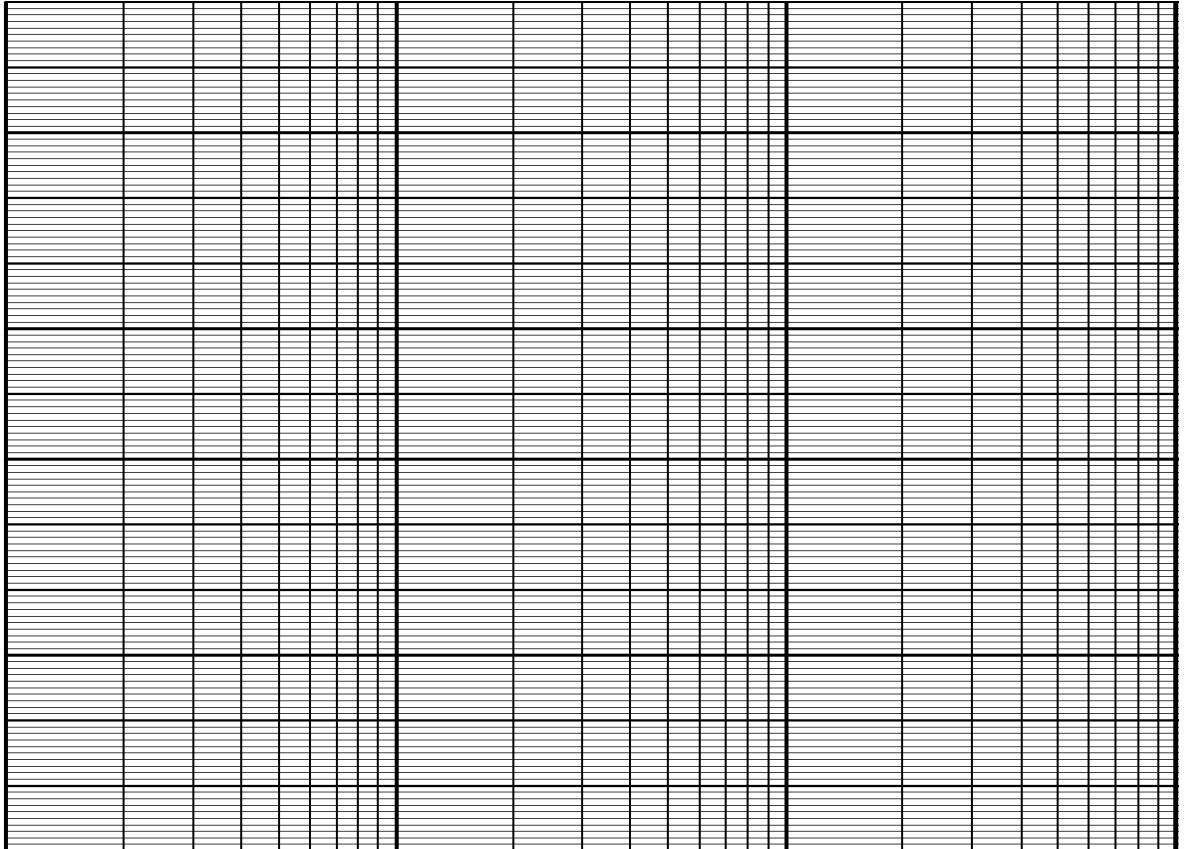
$$G_{max} = 15,85 \text{ dB a lieu pour } \omega = 3,75 \text{ rad/s avec } \varphi = - 76^\circ$$

II Travail demandé :

- Q1.** Représenter à l'aide des diagrammes de Bode la *FTBO* (page suivante).
- Q2.** En déduire l'expression générale de la fonction de transfert en boucle ouverte.
- Q3.** Déterminer à l'aide du diagramme les éléments de la fonction de transfert.

On désire fermer la boucle de l'asservissement à l'aide d'un retour unitaire :

- Q4.** Peut-on conclure que le fonctionnement de l'asservissement sera stable ? Justifiez votre réponse.
- Q5.** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée.
- Q6.** Le gain statique de l'asservissement étant réglable, que peut-on faire pour améliorer les performances ?



52.7 Camera de poursuite SPEEDCAM

L'étude porte sur la caméra de poursuite SPEEDCAM dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel. Cette caméra est notamment utilisée lors des compétitions internationales d'athlétisme pour filmer les coureurs.



Exigences	Critères	Niveaux
Le système doit respecter les exigences techniques suivantes	Asservissement en vitesse • Erreur statique • Stabilité • Rapidité ...	Nulle Stable $t_{5\%} < 0,5 \text{ s}$...

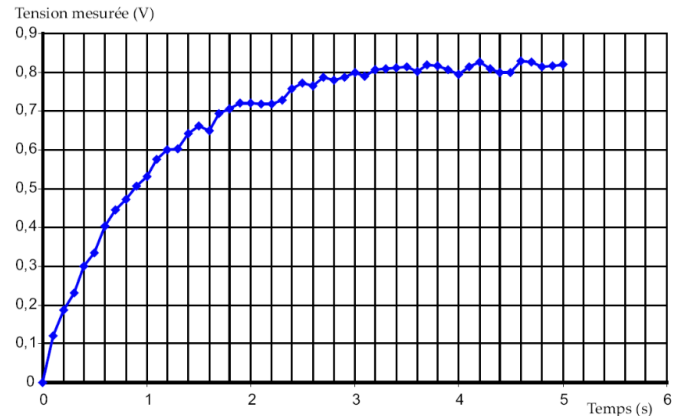
Cette caméra, utilisée aux championnats d'athlétisme pour filmer le sprint final des athlètes en tête de la course, est fixée sur un chariot se déplaçant sur un rail. Cette solution technique permet d'atteindre des vitesses supérieures à 15 m.s^{-1} . Un capteur optique embarqué permet de mesurer la position de la caméra par rapport au coureur. A partir de cette mesure, un calculateur détermine la consigne de vitesse $v_c(t)$ nécessaire pour suivre le coureur. Cette consigne $v_c(t)$ est transmise sous forme de tension de commande $u_c(t)$ à l'asservissement du chariot grâce à un adaptateur (Gain : K). Le chariot est actionné par un moteur électrique piloté par sa tension d'entrée $u_m(t)$. Cette tension est obtenue à l'aide d'un amplificateur (Gain : $K_A = 200$). Un capteur de vitesse mesure la vitesse $v(t)$ et

renvoie une information de tension $u_e(t)$ proportionnelle à la vitesse $v(t)$ (Gain : $J = 0,3 \text{ V.s.m}^{-1}$). Le chariot est asservi en vitesse.

Q1. A partir de la description structurelle ci-dessus, réaliser le schéma-bloc du système. Définir les fonctions de transfert pour chacun des blocs ainsi que les grandeurs d'entrée et de sortie de chaque bloc (On notera la fonction de transfert du chariot $H(p)$).

Q2. Déterminer l'expression littérale du gain d'adaptation K de façon à annuler l'écart $\varepsilon(t)$ quand la vitesse du chariot et la vitesse de consigne sont égales.

Le modèle de connaissance du chariot est relativement complexe, ce qui ne permet pas de donner a priori un modèle de comportement $H(p)$ comme pour le capteur de vitesse ou l'amplificateur. Afin de modéliser son comportement, on choisit de faire une mesure et de proposer un modèle simple représentatif. La courbe montre la réponse obtenue par le capteur de vitesse lorsqu'un échelon de tension $u_m(t) = u_0 \cdot u(t)$ (avec $u_0 = 70 \text{ V}$) est appliqué en entrée.



Q3. Proposer par identification un modèle de comportement pour modéliser le comportement du chariot. Déterminer les paramètres de ce modèle. On cherche maintenant à caractériser les performances du système asservi.

Q4. Déterminer la fonction de transfert $\frac{V(p)}{V_c(p)}$ du chariot asservi. La mettre sous forme canonique.

Q5. Déterminer si le système est stable.

Q6. Evaluer la rapidité du système.

Q7. Calculer l'erreur appropriée qui permet de vérifier le critère de précision du cahier des charges. Pour améliorer la précision une solution simple consisterait à ajouter un intégrateur dans la chaîne directe en amont de l'amplificateur par l'intermédiaire d'un correcteur intégral $\frac{1}{p}$.

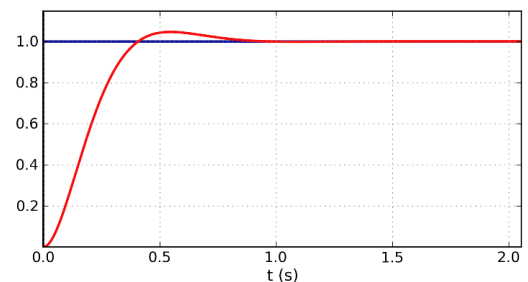
Q8. Déterminer la fonction de transfert $\frac{V(p)}{V_c(p)}$ du chariot asservi avec correcteur.

Q9. Déterminer si le système corrigé est stable.

Q10. Evaluer la performance en précision du système corrigé. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Q11. Déterminer le gain K_A qui permet d'avoir le système le plus rapide possible. Calculer le temps de réponse à 5% du système corrigé et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

On constate que le système ne satisfait toujours pas le critère de rapidité du cahier des charges. En fait la correction du système n'est pas aussi simple que l'ajout d'un intégrateur. L'asservissement est plus complexe car il faut réaliser, en plus de la boucle d'asservissement en vitesse, une boucle d'asservissement en position. On donne la réponse indicielle du système correctement corrigé.



Q12. Conclure quant aux performances du système vis-à-vis du cahier des charges.

5.2.8 Appareil de mammographie :

La radiologie est utilisée pour rechercher la présence d'une tumeur dans un sein. La machine utilisée est un mammographe. Le développement technologique et l'intégration de l'informatique rendent de plus en plus performant ce type d'appareil.

Un mammographe est constitué des éléments génériques suivants :

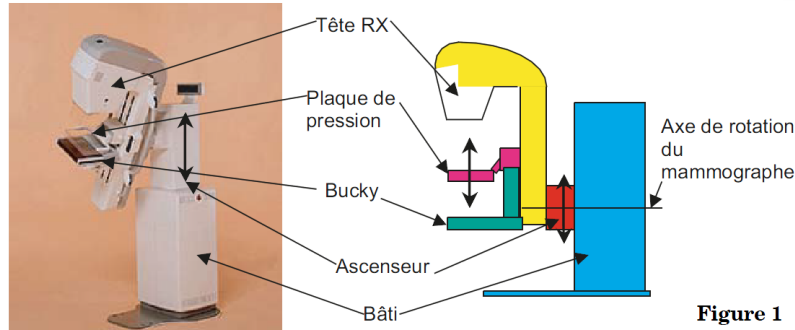


Figure 1

- Un ascenseur en liaison glissière de direction verticale par rapport à la partie fixe du mammographe (bâti). Cette mobilité permet d'adapter le mammographe à la taille de la patiente.

L'ascenseur supporte les éléments suivants :

- La « tête RX » permet d'émettre les rayons X. Un collimateur permet de contrôler le faisceau afin d'optimiser le cliché. Le réglage angulaire de la tête RX est réalisé par un pivotement autour de l'axe de rotation du mammographe. La tête RX est donc en liaison pivot par rapport à l'ascenseur ;
- Le « bucky » sert de surface d'appui au sein et de support au film ou au capteur d'images. Il peut également recevoir le stéréotix permettant de réaliser une biopsie (prélèvement au niveau de la tumeur). Le réglage angulaire du bucky est réalisé par un pivotement autour de l'axe de rotation du mammographe. Le bucky est en liaison pivot par rapport à l'ascenseur ;
- La « plaque de pression » permet de comprimer le sein et de le maintenir en position afin d'avoir une meilleure qualité de l'image. Elle fait l'objet d'une liaison glissière par rapport au bucky. A noter que les réglages angulaires des deux liaisons pivots sont indépendants. On peut, par exemple, faire tourner la tête RX sans faire tourner le bucky.

Deux types d'examens radiologiques existent :

- Le « screening » consiste en la prise de plusieurs clichés du sein suivant différents points de vue indépendants. C'est le premier examen radiologique effectué sur un sein. En particulier, c'est la procédure utilisée lors des campagnes de dépistage systématique. En cas de diagnostic positif, l'examen de stéréotaxie peut être envisagé.
- La « stéréotaxie » consiste également en la prise de plusieurs clichés mais sans modifier le positionnement du sein sur le mammographe ni sa mise en pression. Les différentes vues 2D ainsi obtenues permettent d'identifier en 3D le positionnement précis de la tumeur. Les coordonnées de la tumeur sont alors communiquées au « stéréotix » afin de réaliser la biopsie avec précision.

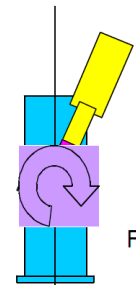


Figure 2

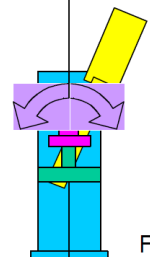


Figure 3

La chaîne image permet l'acquisition d'images numériques. Cette évolution technologique permet l'utilisation d'un logiciel capable de traiter l'image afin d'aider le radiologue dans la recherche des tumeurs de petites dimensions.

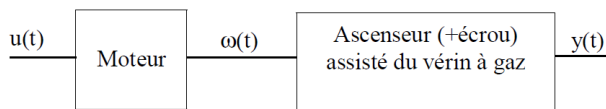
Principales données techniques :

Ascenseur	Dispositif vis - écrou	Moteur
Masse totale de l'ascenseur : $M = 130 \text{ kg}$ y = déplacement de l'ascenseur ($y = 0$ lorsque l'ascenseur est en position basse)	Pas : $p_v = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ $\varnothing \text{ vis} = 0,02 \text{ m}$ Longueur vis = 1m Filet trapézoïdal Rendement : $\eta = 0,3$ Moment d'inertie de la vis, par rapport à son axe : $J_v = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$	Moteur à courant continu : $K_e = K_c = 0,122 \text{ USI}$ $R = 0,24 \Omega$ $L = 0,38 \cdot 10^{-3} \text{ H}$ $J_{\text{rotor}} = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$ Le rotor du moteur est directement lié à la vis.

I. Modélisation de la chaîne d'actions

L'objectif de cette étude est d'élaborer un modèle de connaissance du comportement de la chaîne d'action permettant de réaliser l'exigence 1 : "Le système doit pouvoir faire monter ou descendre l'ascenseur".

La chaîne d'action associée à l'exigence 1 peut être décrite par le schéma fonctionnel suivant :



Le moteur est régi par les lois de comportement suivantes :

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + K_e \cdot \omega(t) \text{ et } C(t) = K_c \cdot i(t)$$

Ces équations, ainsi que celles qui sont issues de l'étude mécanique réalisée au préalable, permettent de mettre en place le schéma blocs décrivant le transfert : $\frac{Y(p)}{U(p)}$

(voir Schéma bloc en fin de document).

On note $\Omega(p)$ la transformée de Laplace de $\omega(t)$, $Y(p)$ la transformée de Laplace de $y(t)$, $C(p)$ la transformée de Laplace de $C(t)$, $A(p)$ la transformée de Laplace de l'accélération $a(t)$...

Q1. Sur le document réponse, compléter le schéma bloc qui représente les équations du modèle après transformation de Laplace.

I.1. Détermination de la structure de la commande du moteur :

L'objectif de cette étude est d'élaborer un modèle de l'asservissement et de déterminer la structure de commande permettant de réduire l'écart vis à vis d'une entrée en rampe (justification de la commande par anticipation de la vitesse retenue par General Electric). L'architecture de commande est complexe et comporte trois boucles de régulation imbriquées : courant du moteur, vitesse de l'ascenseur et position de l'ascenseur.

Nous nous limiterons à l'étude de la boucle externe relative à l'asservissement de la position de l'ascenseur.

Cette boucle est représentée sur le schéma bloc de la figure 10, $C_y(p)$ est le correcteur de la boucle et $H(p)$ la fonction de transfert de l'asservissement en vitesse et g_c le gain du capteur de position.

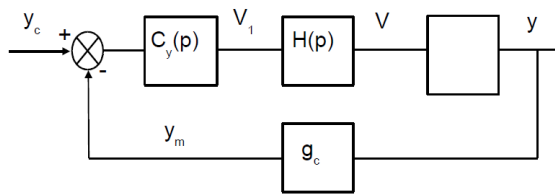


Figure 10

La figure 11, du document réponse, représente la réponse fréquentielle de la fonction de transfert $T(p) = Y_m(p) / V_1(p)$.

La consigne en position est donnée par la figure 12. On admettra que :

- dans la *phase 1* la consigne peut être assimilée à une rampe de pente $r = cte$.
- dans la *phase 2* la consigne est constante.

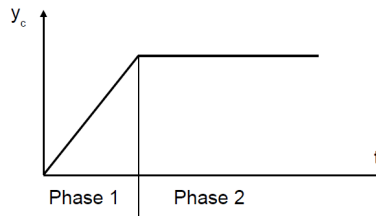


Figure 12

Q2. Pour cette question, reporter les tracés nécessaires sur la feuille donnée en annexe (Réponse 2). A partir de cette réponse fréquentielle, proposer un modèle pour la fonction de transfert $T(p)$.

Q3. Pour cette question, reporter les tracés nécessaires sur la feuille donnée en annexe (Réponse 3). On envisage dans un premier temps un correcteur proportionnel $C_y(p) = k$. Déterminer la valeur du gain k permettant d'assurer une marge de phase de 60° . Pour cette valeur de k , préciser la marge de gain obtenue.

Soit l'écart $e(t)$, avec $e(t) = y_c(t) - y_m(t)$. Pour la valeur de k déterminée à la question précédente :

Q5. Donner la valeur de l'écart ε_s en régime permanent pour une consigne constante (phase 2).

Q6. donner la valeur de l'écart ε_D en régime permanent, pour une consigne en rampe de pente $r = cte$ (phase 1). Quelle condition devrait vérifier le correcteur afin d'avoir un écart nul en régime permanent pour une entrée en rampe ? En justifiant votre réponse, décrire la conséquence sur la marge de phase et sur le système.

On conserve le correcteur proportionnel $C_y(p) = k$ déterminé et on complète la régulation par un terme d'anticipation suivant la relation $V_1(t) = k \cdot \varepsilon(t) + \lambda \cdot \frac{dy_c(t)}{dt}$ ou λ est un paramètre à déterminer.

Q7. Tracer le nouveau schéma blocs de la régulation.

Q8. Déterminer l'expression littérale de $\varepsilon(p)$ en fonction de $Y_c(p)$.

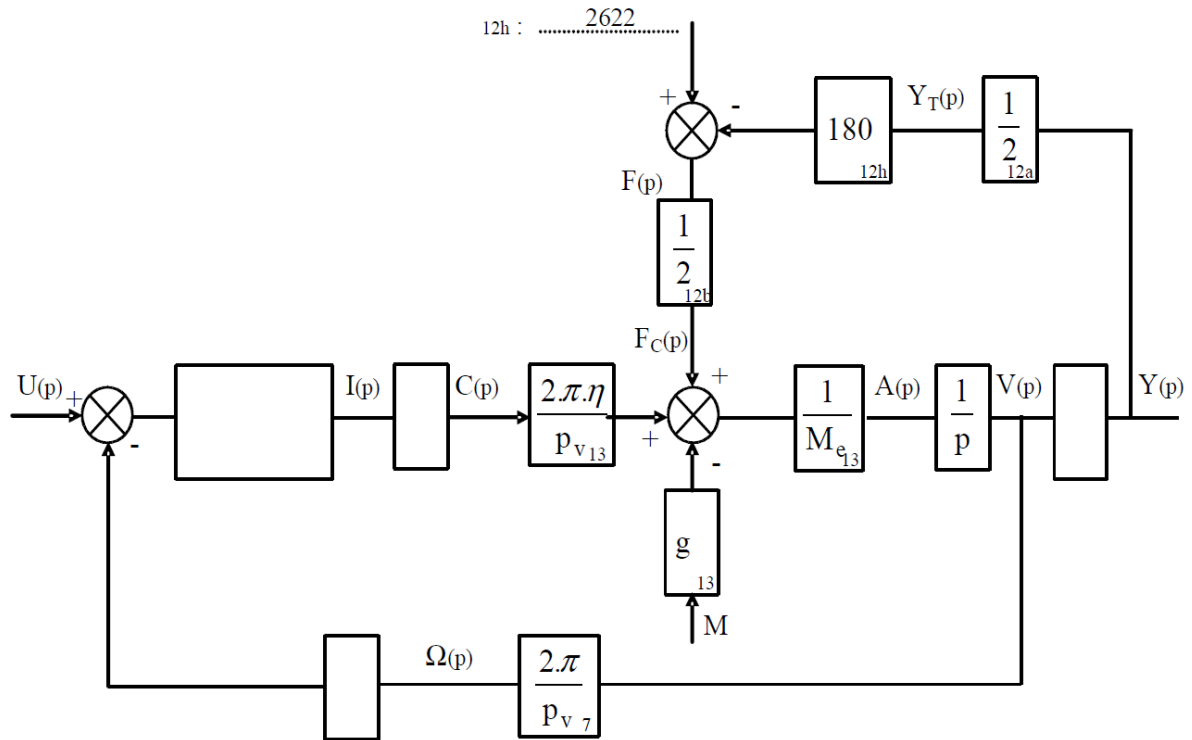
Q9. Déterminer λ permettant d'assurer un écart nul en régime permanent pour une entrée

en rampe de pente $r = cte$ (phase 1)

Q10. Déterminer l'expression littérale de $\frac{Y(p)}{Y_c(p)}$. Que devient la marge de phase ?

Q11. Du point de vue de la stabilité et de la précision, quels sont les effets de la commande par anticipation étudiée ?

Document réponse :



Réponse 2
Réponse 3.

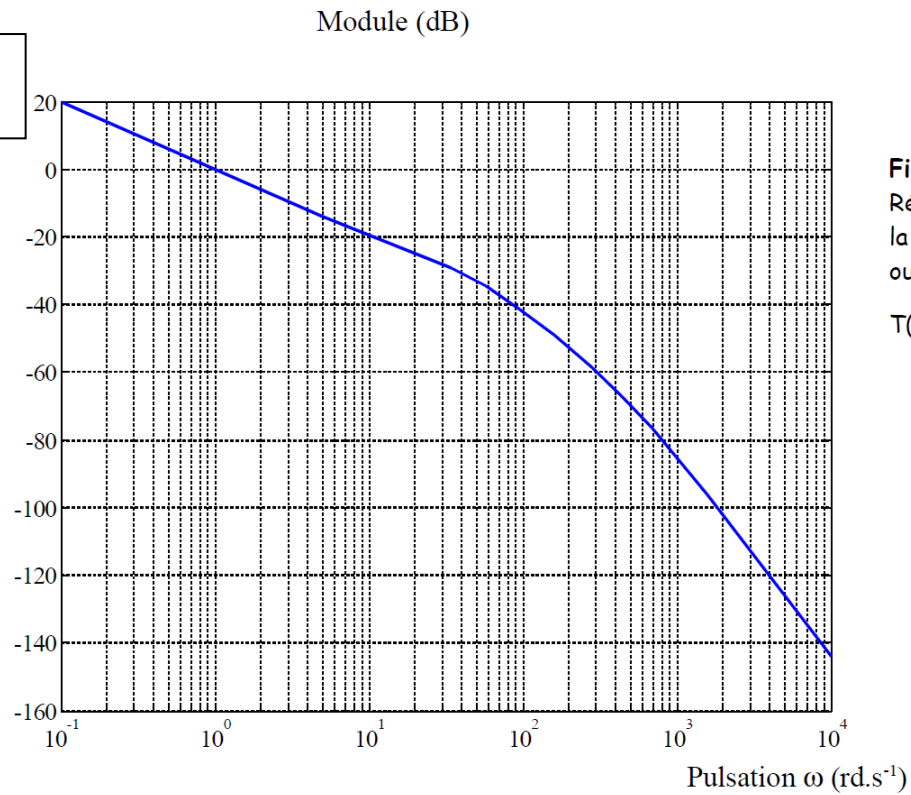
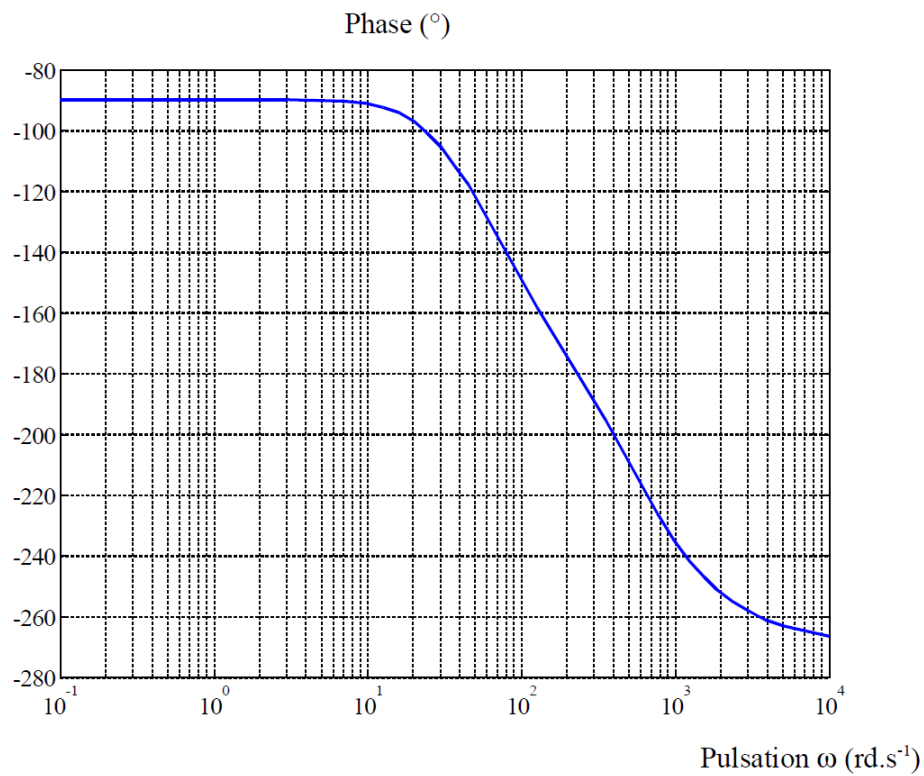


Figure 11
Réponse fréquentielle de la boucle de position ouverte sans correction :

$$T(p) = \frac{y_m(p)}{V_1(p)}.$$



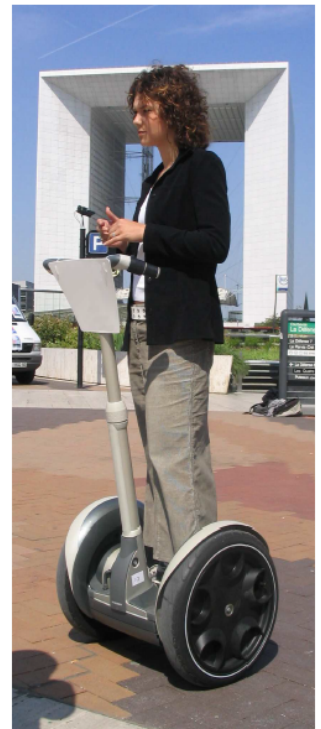
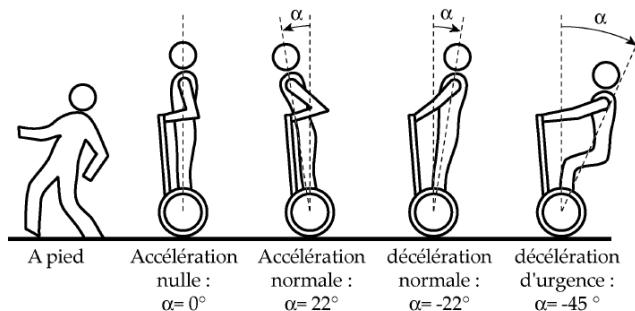
5.2.9 Véhicule auto-balancé de type Segway®² :

I. Présentation

Le support de l'étude est le véhicule auto balancé Segway®. Il s'agit d'un moyen de transport motorisé qui permet de se déplacer en ville. En termes de prestations, il est moins rapide qu'une voiture ou qu'un scooter, plus maniable, plus écologique, moins encombrant et nettement plus moderne.

I.1. Fonctionnement

La conduite du Segway® se fait par inclinaison du corps vers l'avant ou vers l'arrière, afin d'accélérer ou freiner le mouvement (comme pour la marche à pied dans laquelle le piéton s'incline vers l'avant pour débiter le mouvement). Les virages à droite et à gauche sont quant à eux commandés par la rotation de la poignée directionnelle située sur le guidon.



I.2. Structure

La spécificité de ce véhicule est d'avoir deux roues qui ont le même axe de rotation, avec son centre de gravité situé au-dessus de l'axe commun des roues, si bien qu'on se demande comment rester à l'équilibre une fois monté sur la plate-forme. Tout comme le cerveau permet à l'homme de tenir debout sans tomber grâce à l'oreille interne, le système comporte un dispositif d'asservissement d'inclinaison, maintenant la plate-forme du véhicule à l'horizontale ou encore la barre d'appui, supposée orthogonale à cette plate-forme, à la verticale.

Le Segway® comporte à cet effet des capteurs et une carte électronique de commande qui élabore les consignes des deux moteurs électriques équipant les deux roues. Il est plus précisément composé (voir figure 1) :

- d'un **chariot** (châssis + 2 roues uniquement), transportant le conducteur,
- de deux **moto-réducteurs** (moteur électrique + réducteur de vitesse) entraînant les roues (un par roue),
- d'un ensemble de capteurs constitué d'un **gyromètre** et d'un **pendule** délivrant une information sur l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale et sur sa dérivée,
- d'un **calculateur électronique** élaborant, à partir des informations issues des capteurs et des consignes utilisateur, les consignes de **commande** des groupes moto-réducteurs.
- des **codeurs incrémentaux** (capteurs angulaires), fournissant au calculateur une image de la vitesse de rotation des moteurs.
- de **batteries** fournissant l'énergie aux divers composants.
- d'un **pupitre de commande** disposé sur le guidon

² Adapté du sujet Centrale – Supelec 2005 (PSI)

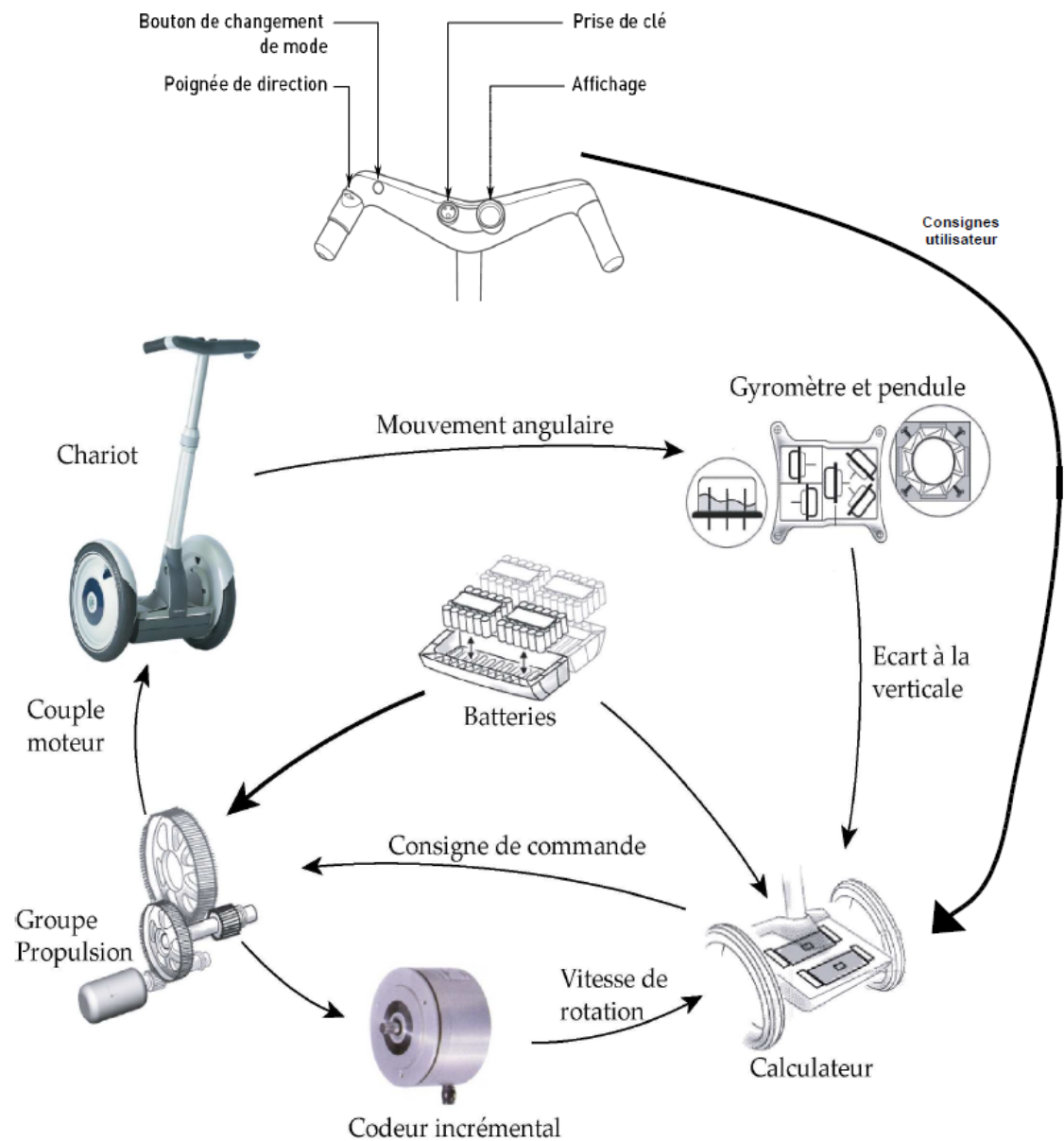


Figure 1 : Schéma d'organisation structurelle

Q1. Parmi les éléments importants décrits précédemment, quels sont ceux qui montrent que le Segway est un système asservi?

Q2. Quelles sont les perturbations possibles que peut subir le système Segway?

II. Étude de l'Asservissement

Objectif : Garantir la stabilité du SEGWAY®. Respecter les critères de performances.

Fonctions de Service	Critères	Niveaux
FS1 : Donner au conducteur une sensation de stabilité	Temps de réponse de 0 à 5 km/h	1 s maximum
	Dépassement d'inclinaison	<30%
	Inclinaison du châssis par rapport à la verticale	Nulle à convergence $\lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t) = 0$
FS2 : Insensible aux perturbations provenant de la route	Hauteur de la marche de trottoir franchissable à 5 km/h	5 cm maximum
	Perturbations dues à la route, nature du sol (Pavés, franchissement d'un trottoir, ...)	Plage de fréquences de 0 à 300 Hz

Hypothèse : le SEGWAY® se déplace en translation rectiligne. Le changement de direction n'est pas étudié. Les deux roues se déplacent donc à la même vitesse si bien qu'une modélisation comportant un seul moteur est possible.

II.1. Paramétrage :

$\psi = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$ l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale.

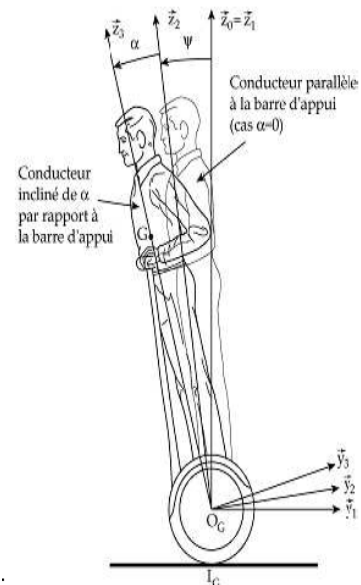
$\alpha = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$ L'angle d'inclinaison arrière-avant du conducteur.

On note : $\chi(t) = \alpha(t) + \psi(t)$

La consigne d'accélération ou de décélération est donnée par l'inclinaison (angle α) de l'utilisateur par rapport à la barre d'appui.

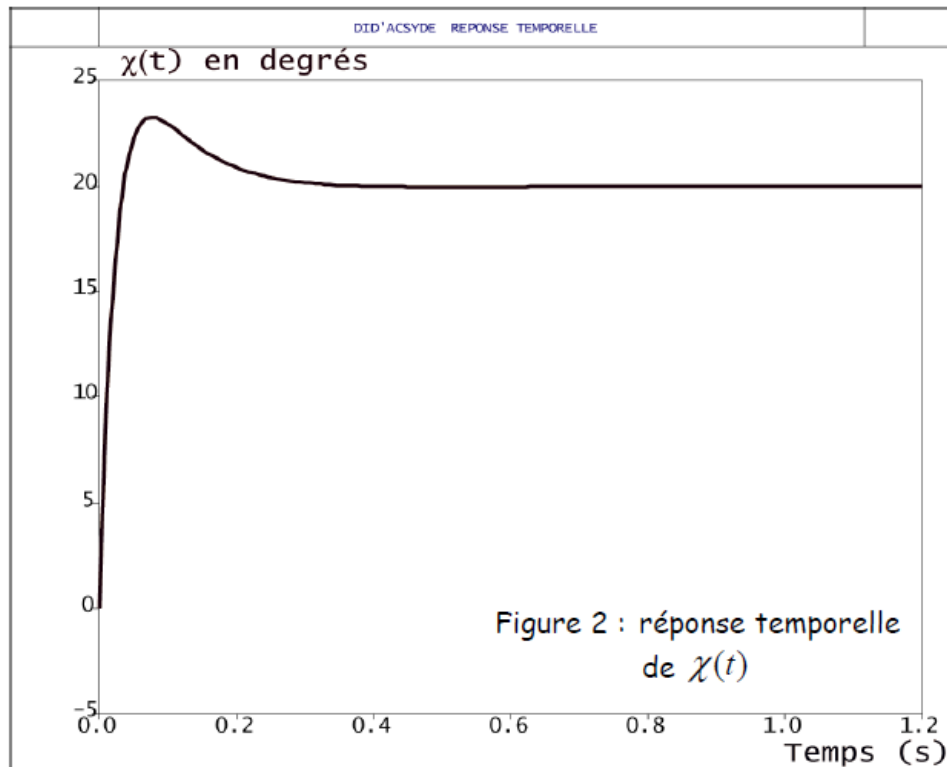
L'asservissement consiste à maintenir l'angle ψ nul. Toutes les conditions initiales sont nulles.

Q3. Peut-on qualifier le système Segway de régulateur ou de suiveur?



II.2. Vérification graphique des performances attendues après réglage :

Une simulation est réalisée sur un Segway instrumenté de capteur et le résultat est fourni ci-dessous. Les performances de la correction sont étudiées grâce aux évolutions de $\chi(t) = \alpha(t) + \psi(t)$, qui représente l'angle d'inclinaison du conducteur par rapport à la verticale. La consigne $\alpha(t)$, imposée par le conducteur, est un échelon d'amplitude 20°. Après réglages définitifs, l'évolution temporelle est obtenue figure 2.



Q4. Conclure quant au respect des critères de dépassement et de précision associés à la fonction de service.

Q5. Évaluer le temps de réponse à 5% et le comparer à celui attendu par le cahier des charges.

III. Modélisation et étude de l'asservissement du Segway

L'objectif de cette partie est de proposer une modélisation du Segway, de justifier certains choix des ingénieurs afin de valider par le calcul quelques performances du Segway.

III.1.1 Modélisation de la chaîne d'action (moto-réducteur+chariot)

La chaîne d'action permettant de réguler l'inclinaison du SEGWAY® est réalisée par :

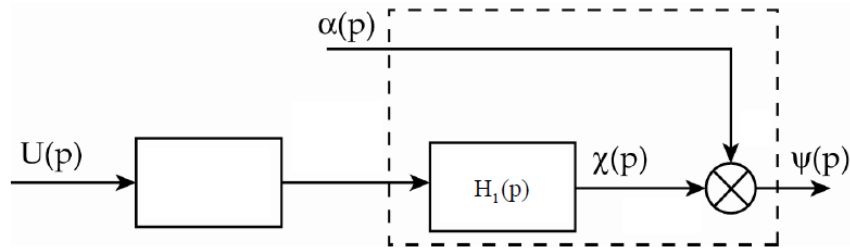
- Un ensemble amplificateur et moto-réducteur permet de délivrer un couple $C_m(t)$ à partir d'une tension $u(t)$ en commande on posera : $C_m(p) = H(p) \cdot U(p)$
- L'ensemble chariot et conducteur. Le système mécanique dont les équations ont été déterminées peuvent, dans le cas où l'angle n'est pas supposé constant, se mettre sous la forme :

$$\dot{V}(t) = \frac{1}{D} \cdot \left(B \cdot \ddot{\chi}(t) + 2 \cdot \frac{C_m(t)}{R} \right)$$

$$(D \cdot A - B^2) \cdot \ddot{\chi}(t) = 2 \cdot \left(\frac{B}{R} + D \right) \cdot C_m(t) + D \cdot C \cdot \chi(t)$$

- On rappelle que : $\chi(t) = \alpha(t) + \psi(t)$

Q6. Montrer que le schéma bloc du système peut se mettre sous la forme présentée figure suivant en déterminant l'expression littérale de $H_1(p)$.



On souhaite déterminer la réponse du système suite à un effort constant (couple constant) d'amplitude C_0 appliqué aux moteurs. On considère que l'angle $\alpha(t)$ imposé par le conducteur est nul pour la question suivante. On admettra que $H(p) = K_m = 24 \text{ N m V}^{-1}$ pour cette partie (on reviendra dessus plus tard partie modélisation de l'ensemble groupe propulsion).

Q7. On considère que l'angle $\alpha(t)$ est nul. Déterminer la fonction de transfert $F_I(p) = \frac{\psi(p)}{U(p)}$. Mettre

cette fonction de transfert sous forme canonique. On posera par la suite : $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{a}}$ et $K = \frac{K_m \cdot b}{c}$

Q8. A partir de la connaissance des pôles de $F_I(p)$, conclure sur la stabilité de ce système? Commenter ce résultat.

On note alors : $H_I(p) = \frac{K_I}{\frac{p^2}{\omega_I^2} - 1}$ Les valeurs numériques utilisées par la suite seront : $\omega_I = 4,1 \text{ rad/s}$

et $K_S = K_M \cdot K_I = 0,24 \text{ rad.s}^{-1}$

III.1.2 Modélisation de l'asservissement du Segway :

L'asservissement du système est réalisé en deux étapes :

- Première étape : stabilisation du système

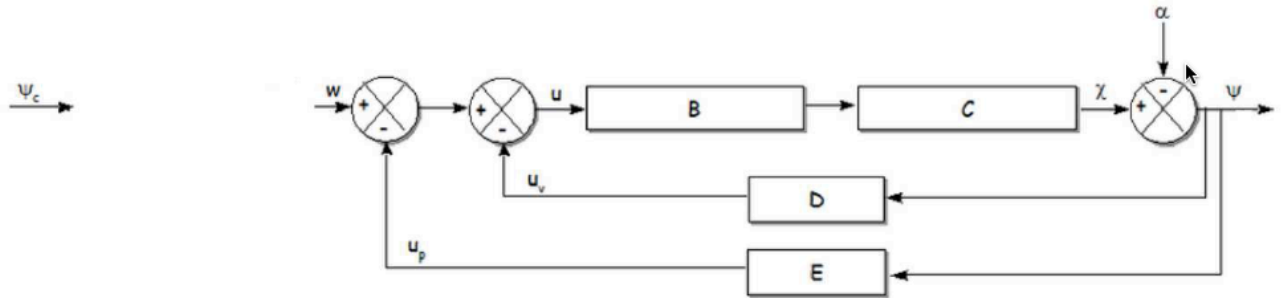
Afin de stabiliser le système, la grandeur de commande du moto réducteur $u(t)$ est élaborée à partir des mesures de la vitesse angulaire $\frac{d\psi(t)}{dt} = \dot{\psi}$ (réalisée par le gyromètre), et de la position angulaire $y(t)$ (réalisée par combinaison de la mesure du gyromètre et du pendule). On note $w(t)$ (de transformée de Laplace $W(p)$) la tension fournie au système.

Les équations temporelles de comportement des capteurs sont les suivantes :

- Capteur de vitesse: $k_v \cdot \frac{d\psi(t)}{dt} = u_v(t)$
- Capteur de position : $k_p \cdot \psi(t) = u_p(t)$

Avec $u_v(t)$ le signal de mesure des capteurs de vitesse (noté $U_V(p)$ en Laplace) et $u_p(t)$ signal de mesure des capteurs de position (noté $U_P(p)$ en Laplace). k_v et k_p sont deux paramètres choisis de telle manière à assurer la stabilité du système.

Q9. Compléter les case D et E du schéma bloc suivant en prenant en compte ce dispositif de stabilisation.



- Deuxième étape : amélioration des performances

Afin de garantir les performances, une position angulaire de consigne $\psi_c(t)$ est imposée. Cette consigne est comparée à la valeur d'inclinaison réelle $\psi(t)$. L'écart ε créé est adapté par un correcteur afin de pouvoir commander le système avec la tension $w(t)$.

Le composant correcteur sera défini par le concepteur du SEGWAY® afin de garantir les performances attendues. On notera $C(p)$ la fonction de transfert du correcteur définie par le concepteur.

Q10. Compléter le schéma bloc précédent afin de représenter l'asservissement d'entrée $\psi_c(p)$ et de sortie $\psi(p)$ et d'entrée de perturbation $\alpha(p)$

III.1.3 Détermination des performances en précision

Q11. Déterminer par le calcul, puis par manipulation de schémas blocs, une relation entre les entrées $\psi_c(p)$, $\alpha(p)$ et la sortie $\psi(p)$.

Afin d'assurer l'asservissement, la régulation d'inclinaison du Segway® délivre une consigne $\psi_c(p)$ nulle. Cette régulation est réalisée si, quelle que soit l'inclinaison $\alpha(t)$ du conducteur, la sortie $\psi(t)$ converge vers $\psi_c(t)$ valeur nulle ici. Le paramètre $\alpha(t)$ peut être considéré comme une perturbation.

Q12. Déterminer la fonction de transfert $\frac{\psi(p)}{\alpha(p)}$

Premier choix de correcteur :

Un correcteur proportionnel $C(p) = K_c$ est envisagé (K_c connu)

Q13. Calculer l'inclinaison $y(t)$ du châssis en régime permanent, lorsque la perturbation $\alpha(t)$ est un échelon d'amplitude α_0 . Le cahier des charges est-il satisfait ?

Second choix de correcteur :

Un correcteur proportionnel intégral $C(p) = K_c \cdot \left(1 + \frac{I}{T_c \cdot p} \right)$ est envisagé.

Q14. Démontrer que ce correcteur permet de satisfaire le cahier des charges vis-à-vis de l'écart en régime permanent pour une perturbation en échelon.

III.1.4 Détermination des performances en rapidité

$F_2(p) = \frac{\psi(p)}{W(p)}$ est une fonction de transfert du second ordre pouvant se mettre sous la forme :

$$F_2(p) = \frac{\psi(p)}{W(p)} = \frac{K_2}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$$

Q15. Déterminer, en fonction de K_s, k_p, k_v et ω_l les expressions de K_2, ξ, ω_0

On choisit une pulsation propre ω_0 proche de celle du système mécanique, c'est à dire

$$\omega_0 = 1,5. \quad \omega_l = 6,15 \text{ rad/s}.$$

Q16. Déterminer les valeurs de k_v et de k_p telles que le temps de réponse à 5% soit minimal.

III.1.5 Performances en stabilité

Q17. Dans le cas où $\alpha=0$, déterminer, en fonction de K_s, k_p, k_v et ω_l la fonction de transfert $F_2(p)$. Déterminer les conditions sur k_v et sur k_p pour que le système soit stable.

III.1.6 Choix du correcteur

On souhaite dimensionner le correcteur, on considère alors $\alpha=0$. La Fonction de Transfert en Boucle Ouverte est pour cet asservissement : $FTBO(p) = C(p) \cdot F_2(p)$

Q18. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques et réels (allure uniquement) de la fonction de transfert non corrigée ($C(p) = 1$) Préciser les valeurs caractéristiques sur les diagrammes, préciser les marges de stabilités.

Q19. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert du correcteur $C(p)$, en utilisant les paramètres K_i et T_i .

Après réglages (méthode étudiée en fin d'année) on impose $K_i = 31.7, T_i = 0.93 \text{ s}$. Les diagrammes de Bode et de Black sont données page suivante,

Q20. Déterminer et représenter sur les diagrammes page suivante ω_c la pulsation de coupure à 0 dB de la $FTBO$ et les marges de stabilité.

