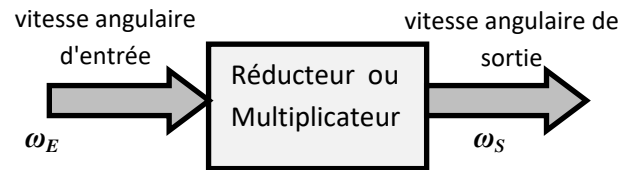


4₃ Loi entrée-sortie des réducteurs et multiplicateurs de vitesse

Sommaire

1) Rapport de transmission :	2
2) Transmission par adhérence : roues à friction :.....	2
2.1) Principe :.....	2
2.2) Utilisation :	3
2.3) Rapport de transmission	3
3) Transmission par obstacles : engrenages.....	3
3.1) Principe :.....	3
3.2) Caractéristiques :	4
3.3) Utilisation :	4
3.4) Applications :	4
3.5) Rapport de transmission	4
3.6) Types :	5
4) Trains d'engrenages simples :	6
5) Train d'engrenages épicycloïdaux :	7
5.1) Détermination de la loi entrée-sortie par la méthode de Willis :	7
5.2) Différents cas possibles :	8
5.3) Quelques exemples avec satellites doubles:.....	9
5.4) Réalisations techniques :	9

Dans un système, l'énergie mécanique de rotation en sortie de l'actionneur est rarement directement utilisable par l'effecteur. Lorsque l'on souhaite adapter les caractéristiques cinématiques de cette énergie, on utilise un transmetteur permettant de **réduire ou de multiplier la vitesse angulaire**.



1) Rapport de transmission :

Le rapport de transmission est défini comme étant un rapport entre la vitesse angulaire (notée ω_S) de sortie et la vitesse angulaire d'entrée (ω_E) du transmetteur.

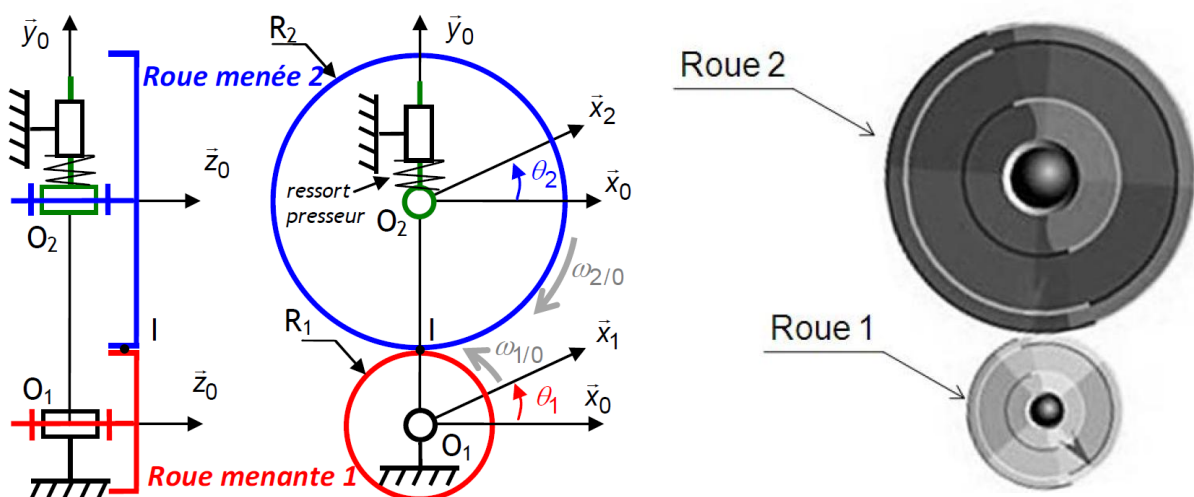
$$r = \frac{\omega_S}{\omega_E}$$

Selon la fonction du transmetteur et la valeur de ce rapport (< 1 ou > 1), on parle d'un multiplicateur ou d'un réducteur de vitesse.

On peut classer ces transmetteurs en deux grandes familles vis à vis de la technologie employée pour transmettre le mouvement :

- ceux utilisant la transmission par adhérence :
roue à friction (exemple : dynamo de vélo), dispositif poulie-courroie lisse (exemple : alternateur de voiture) ;
- ceux utilisant la transmission par obstacle :
dispositif poulie-courroie crantée (exemple : courroie de distribution d'une voiture), dispositif pignon-chaîne (exemple : vélo, moto), engrenages (exemple : boîte de vitesse).

2) Transmission par adhérence : roues à friction :



2.1) Principe :

Deux roues cylindriques ou coniques sont en contact linéaire. Le frottement au contact des deux roues permet de transmettre le mouvement d'entrée (roue menante 1) à la roue de sortie (roue menée 2). Pour un bon fonctionnement, il faut assurer un roulement sans glissement en utilisant :

- un couple de matériaux avec un fort coefficient de frottement ;
- un effort presseur entre les deux roues.

2.2) Utilisation :

Transmissions de faible puissance.

2.3) Rapport de transmission

La condition de roulement sans glissement au point de contact I s'écrit $\vec{V}_{I \in 2/1} = \vec{0}$.

$$\vec{V}_{I \in 2/1} = \vec{V}_{I \in 2/0} - \vec{V}_{I \in 1/0}$$

avec :

$$\vec{V}_{I \in 1/0} = \vec{V}_{O_1 \in 1/0} + \overrightarrow{IO_1} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = R_1 \cdot \vec{y}_0 \wedge \dot{\theta}_1 \cdot \vec{z}_0 = R_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_0$$

et

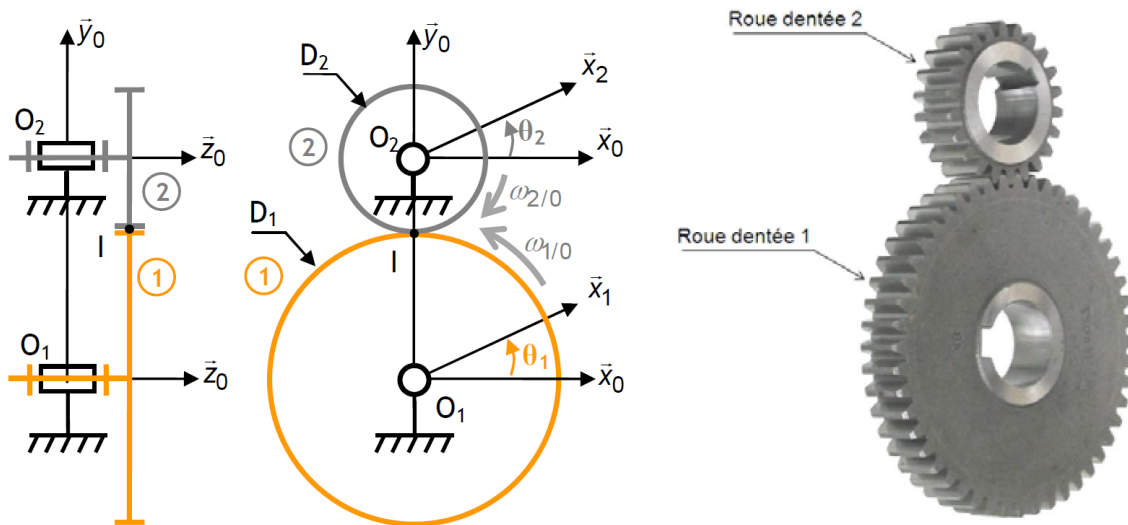
$$\vec{V}_{I \in 2/0} = \vec{V}_{O_2 \in 2/0} + \overrightarrow{IO_2} \wedge \vec{\Omega}_{2/0} = -R_2 \cdot \vec{y}_0 \wedge \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_0 = -R_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{x}_0$$

$$\text{donc : } -R_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{x}_0 - R_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_0 = \vec{0} \Rightarrow R_2 \cdot \dot{\theta}_2 = -R_1 \cdot \dot{\theta}_1$$

On en déduit le **rapport de transmission**¹ :

$$r = \frac{\omega_s}{\omega_E} = \frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1} = -\frac{R_1}{R_2}$$

3) Transmission par obstacles : engrenages



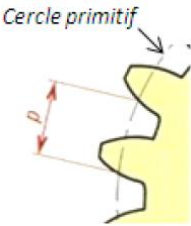
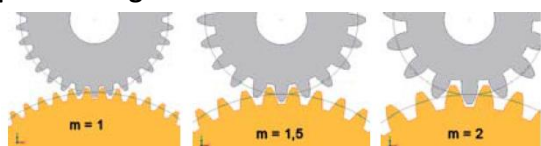
3.1) Principe :

Un engrenage est constitué de **deux roues dentées** qui engrènent l'une avec l'autre.

on appelle la petite roue : le **pignon** et la plus grande est appelée « **roue** » ou « **couronne** » dans le cas d'un engrenage intérieur.

¹ Le signe négatif du rapport de transmission indique que le sens de rotation est inversé par ce type de transmetteur

3.2) Caractéristiques :

Diamètres primitifs		Pas primitif	
D_1 et D_2		$pas = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_1}{Z_1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_2}{Z_2}$	
La forme des dents assure le roulement sans glissement au point de contact I des cercles fictifs de diamètres D_1 et D_2 . Ces cercles sont appelés cercles primitifs. Ils correspondent aux profils des roues de friction qui assureraient le même rapport de transmission.		 <p>Le pas primitif correspond à la longueur de l'arc de cercle primitif compris entre deux dents successives. Pour garantir l'engrènement, les pas primitifs des deux roues dentées doivent être égaux.</p>	
Nombre de dents		Module	
Z_1 et Z_2		$m = \frac{D}{Z} \Rightarrow pas = \pi \cdot m$	
		<p>Le module (en mm) caractérise la forme de la dent. Les deux roues dentées doivent impérativement avoir le même module pour pouvoir engrèner</p> 	

3.3) Utilisation :

Transmissions de faibles et fortes puissances.

3.4) Applications :

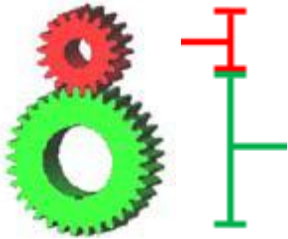
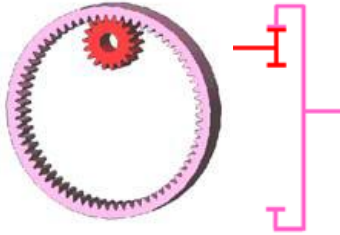
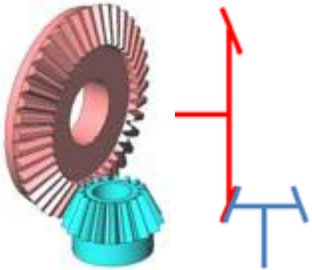


De la montre à la boîte de vitesse automobile.

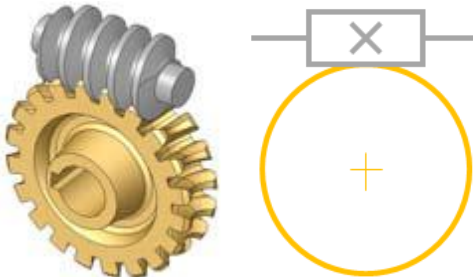
3.5) Rapport de transmission :

La condition de roulement sans glissement au point de contact I entre les deux cercles primitifs permet d'obtenir le rapport de transmission :

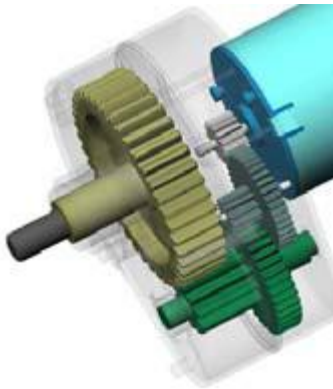
$$r = \frac{\omega_S}{\omega_E} = \frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1} = -\frac{R_1}{R_2} = -\frac{D_1}{D_2} = -\frac{Z_1}{Z_2} \quad (\text{rappel : } D_i = m \cdot Z_i)$$

3.6) Types :

Engrenages cylindriques extérieurs	Engrenages cylindriques intérieurs	Engrenages coniques	
			
Ils transmettent un mouvement de rotation entre des arbres à axes parallèles.		Ils transmettent un mouvement de rotation entre des arbres à axes concourants perpendiculaires ou non.	
 à denture droite		 à denture hélicoïdale	
<u>Avantages :</u> <ul style="list-style-type: none"> • simples ; • économiques ; • ils peuvent admettre des déplacements axiaux. 	<u>Inconvénient :</u> <ul style="list-style-type: none"> • bruyants. 	<u>Avantages :</u> <ul style="list-style-type: none"> • plus silencieux ; • ils permettent de transmettre des couples plus importants. 	<u>Inconvénient :</u> <ul style="list-style-type: none"> • Ils sont à l'origine d'efforts axiaux.

Engrenage roue et vis sans fin	Avantages :	Inconvénients :
	<ul style="list-style-type: none"> • rapport de réduction important (jusqu'à 150) ; • irréversible si nécessaire . 	<ul style="list-style-type: none"> • faible rendement (60%) ; • forte usure
	<p>Dans le cas particulier d'un engrenage roue et vis sans fin, le rapport de transmission est :</p> $r = \frac{\omega_{roue/0}}{\omega_{vis/0}} = \frac{Z_{vis}}{Z_{roue}}$ <p> $\left\{ \begin{array}{l} Z_{vis} : \text{nbre de filets de la vis} \\ Z_{roue} : \text{nbre de dents de la roue} \end{array} \right.$ </p>	

4) Trains d'engrenages simples :



Pour augmenter le rapport de réduction on peut associer dans un réducteur plusieurs engrenages en série. On parle alors de train d'engrenages.

Lorsque toutes les roues dentées sont en mouvement de rotation par rapport au bâti, on parle de « train simple ».

Dans la pratique, pour calculer la loi entrée-sortie d'un train d'engrenages simple, il est inutile de repartir de la condition de RSG au point de contact.

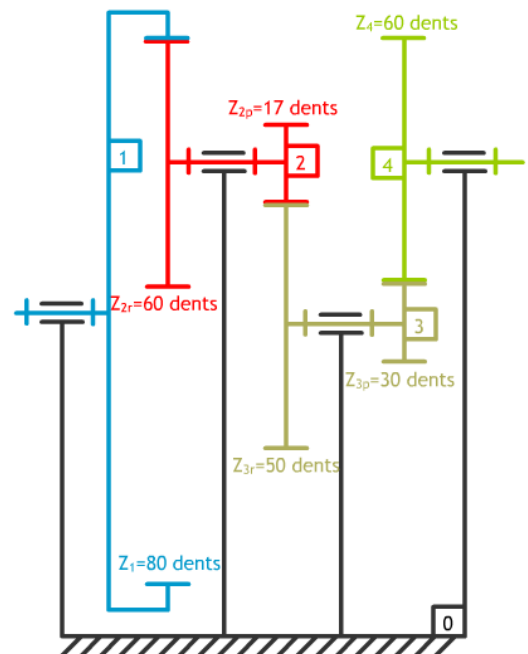
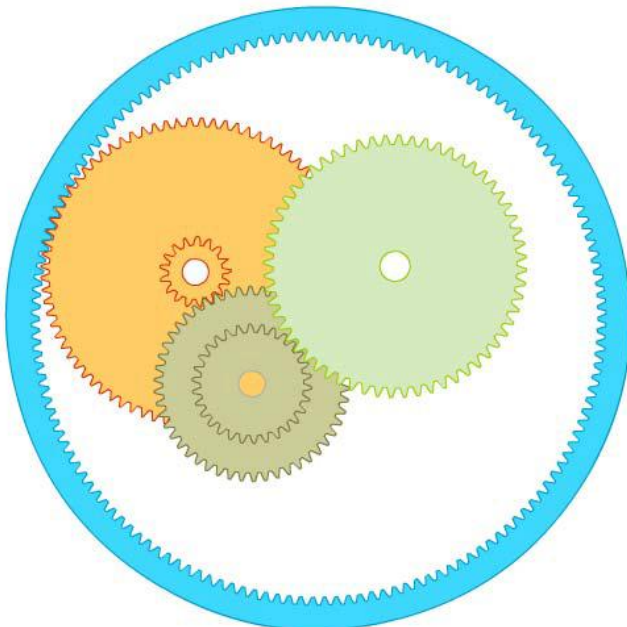
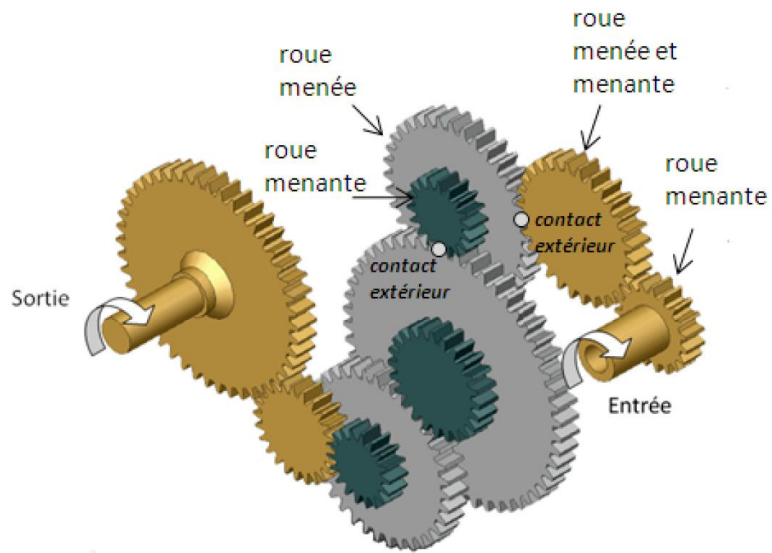
On utilise directement la formule suivante qui définit le **rapport de transmission** :

$$r = \frac{\omega_{S/0}}{\omega_{E/0}} = (-1)^n \cdot \frac{\prod Z_{\text{Menantes}}}{\prod Z_{\text{menées}}}$$

$(-1)^n$ donne le sens de rotation de la sortie par rapport à l'entrée avec n : nombre de contacts extérieurs entre roues.

On qualifie de roue menante toute roue motrice dans le train d'engrenage et de roue menée toute roue réceptrice dans le train d'engrenages.

Exemple :

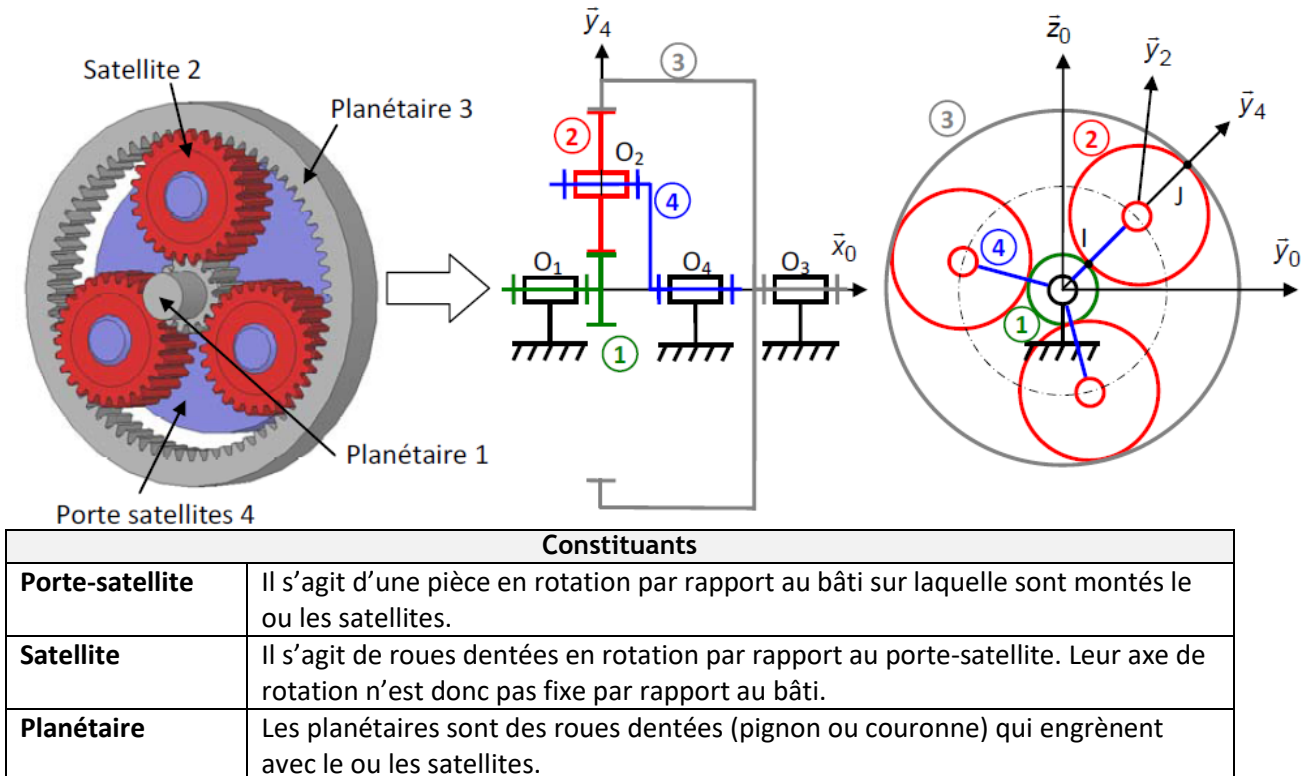


Soit 1 la roue d'entrée de ce réducteur et 4 la roue de sortie. Le rapport de transmission 4/0

$$r = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} \text{ est tel que : } r = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = (-1)^2 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_{2p} \cdot Z_{3p}}{Z_{2r} \cdot Z_{3r} \cdot Z_4} = \frac{80 \cdot 17 \cdot 30}{60 \cdot 50 \cdot 40} \text{ finalement } r = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = 0.23$$

5) Train d'engrenages épicycloïdaux :

Avec un seul train d'engrenages simple, la réduction de vitesse n'est généralement pas suffisante et les arbres de sortie et d'entrée ne sont pas coaxiaux. L'utilisation de trains simples à plusieurs étages permet de combler ces problèmes mais cette solution devient rapidement encombrante et lourde. Une solution consiste à utiliser des trains épicycloïdaux qui permettent d'obtenir de grands rapports de réduction dans un encombrement faible.



Un des deux planétaires ou le porte-satellite peuvent être le mouvement d'entrée ou de sortie².

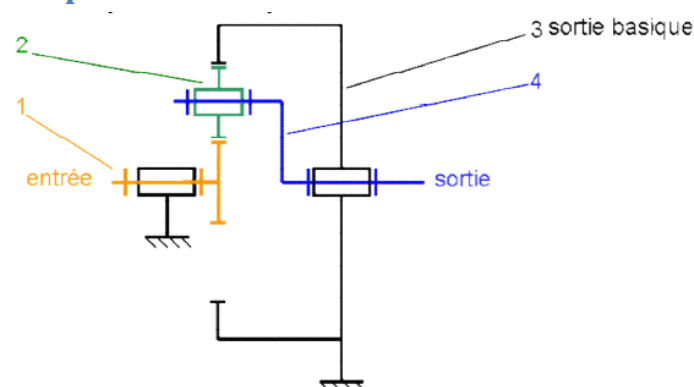
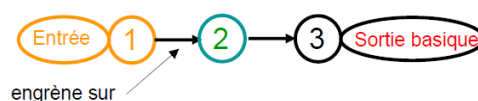
Pour déterminer la loi entrée-sortie d'un train épicycloïdal, on peut soit écrire les conditions de roulement sans glissement aux points de contact entre le satellite et les planétaires (en I et J) ou bien utiliser la relation de Willis.

5.1) Détermination de la loi entrée-sortie par la méthode de Willis :

$$r_G = \frac{\omega_{S/0}}{\omega_{E/0}}$$

Il est tout d'abord nécessaire de déterminer la raison basique r_b calculée à partir de la chaîne cinématique basique proposée par le train épicycloïdal.

Exemple : imaginons que l'entrée se fasse sur le planétaire 1. On pourra donc tracer la chaîne cinématique basique suivante :



² Pour la majorité des cas : - un des deux planétaires est l'entrée ; - l'autre planétaire est fixe ; - le porte satellite est la sortie.

la raison basique sera donc égale à :

$$r_b = \frac{\omega_{Sortiebasique0}}{\omega_{E/0}} = (-1)^n \cdot \frac{\prod Z_{Menantes}}{\prod Z_{menées}}$$

Soit dans notre exemple :

$$r_b = \frac{\omega_{Sortiebasique0}}{\omega_{E/0}} = (-1)^1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_2 \cdot Z_3} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

Après avoir déterminé la raison basique, on utilise la formule de **Willis** à savoir :

$$r_b = \frac{\omega_{Sortiebasique0} - \omega_{portesatellite0}}{\omega_{E/0} - \omega_{portesatellite0}}$$

Dans notre exemple :

$$r_b = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}}$$

mais ici la sortie basique (couronne 3) est liée au bâti donc : $\omega_{3/0} = 0$.

Finalement on obtient :

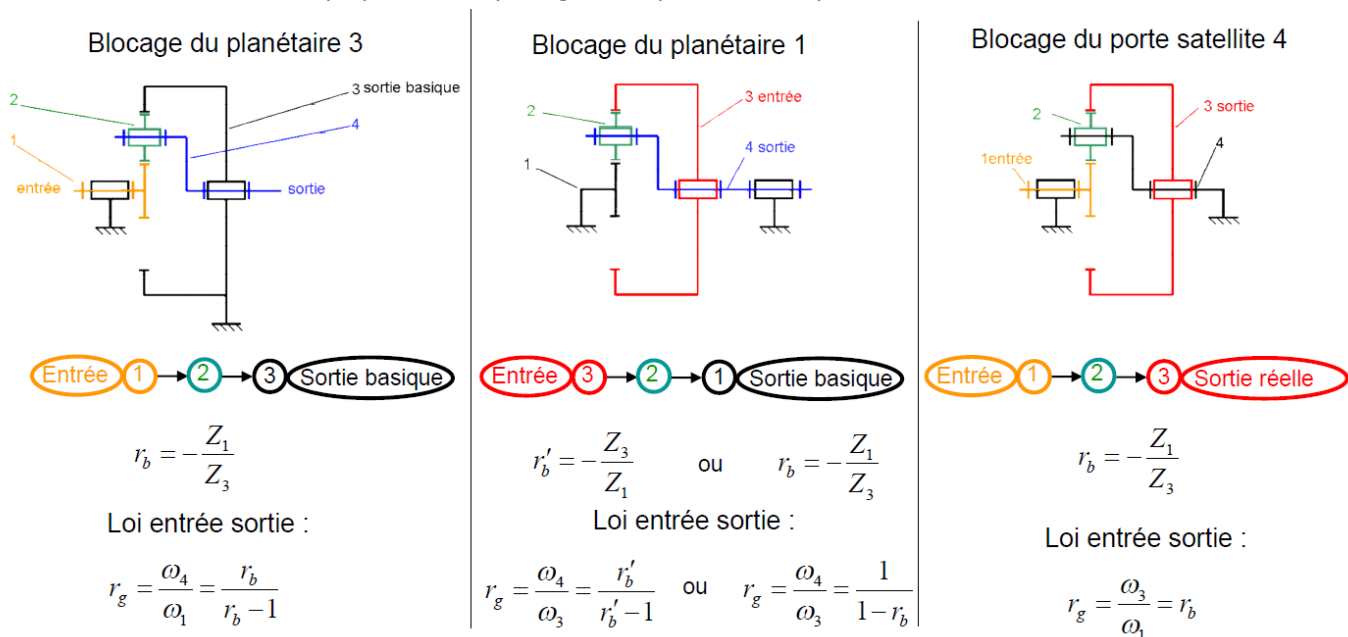
$$r_b = \frac{-\omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}}$$

Finalement nous pouvons exprimer, à partir de la relation obtenue précédemment, le rapport de transmission (loi E/S) pour cet exemple :

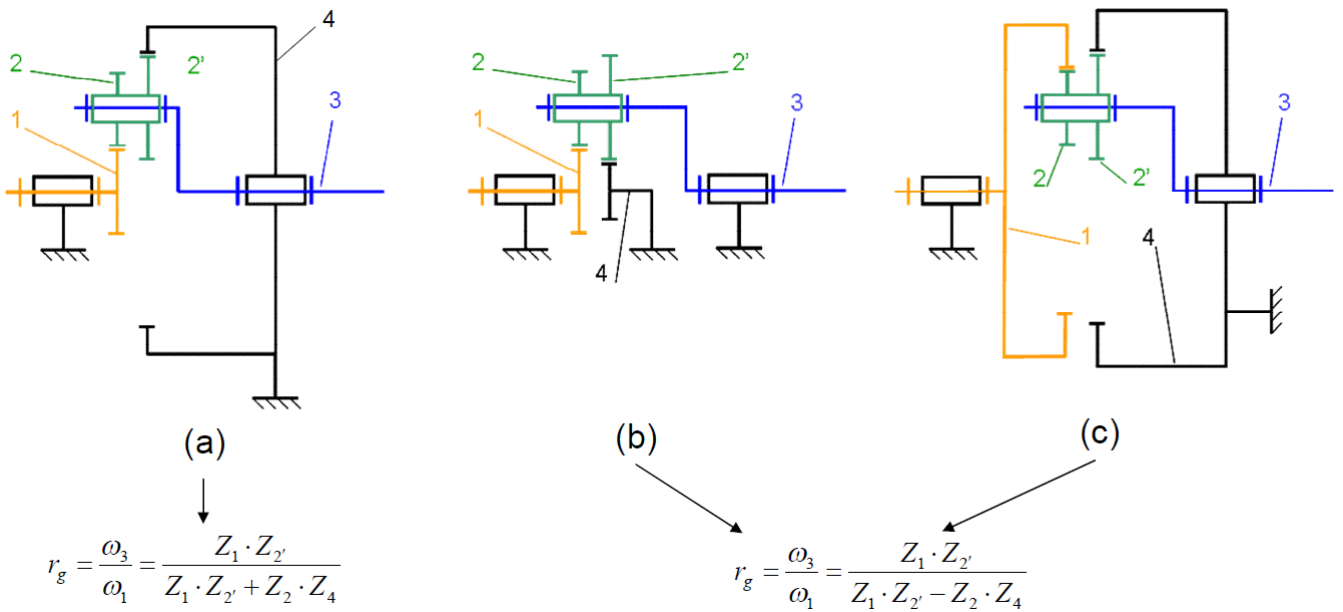
$$r_G = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} \quad r_b = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} \quad \text{soit : } \boxed{r_G = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}}$$

5.2) Différents cas possibles :

Avec le même train épicycloïdal on peut générer plusieurs cas possibles :



5.3) Quelques exemples avec satellites doubles :



5.4) Réalisations techniques :

