

# **4.2 Exercices de cinématique : contact ponctuel (roulement sans glissement)**

---

## **Table des matières**

4.2.1 Souris de micro-ordinateur :	2
I Présentation :	2
II Travail demandé :	2
4.2.2 Variateur de Graham :	5
I Présentation :	5
II Travail demandé :	6

## 4.2.1 Souris de micro-ordinateur :

### I Présentation :

On se propose d'étudier le fonctionnement d'une souris de micro-ordinateur. Une description schématique de ce système est donnée par le document 1 (en annexe). Le déplacement sur la table de travail (0) du corps de la souris (1) va provoquer la rotation de la bille (2) qui elle-même va commander les rotations des deux galets (3) et (4). Ces deux mouvements qui, une fois captés et traités vont définir la trajectoire du curseur à l'écran.

- Le repère  $R_0(O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est associé à la table de travail,
- Le repère  $R_I(O; \vec{x}_I, \vec{y}_I, \vec{z}_0)$  est associé au corps de la souris.
- La bille (2) se comporte comme si elle était en liaison rotule de centre C avec le corps de la souris (1)

Le mouvement de (2) par rapport à (1) est défini par le torseur suivant :

$$\left\{ \mathbf{V}_{2/I} \right\} = C \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{2/I} = p \vec{x}_0 + q \vec{y}_0 + r \vec{z}_0 \\ \vec{V}_{C \in 2/I} = \vec{\theta} \end{array} \right\}$$

- En fonctionnement normal, la bille (2) de rayon  $\mathbf{R}$ , roule sans glisser en I sur le plan de la table (0).
- Le galet (3) de rayon  $\mathbf{a}$  est en liaison pivot d'axe  $(L; \vec{y}_I)$  avec le corps de la souris (1),
- Le galet (4) de rayon  $\mathbf{a}$  est en liaison pivot d'axe  $(M; \vec{x}_I)$  avec le corps de la souris (1),
- En fonctionnement normal, ces deux galets roulent sans glisser respectivement en J et en K sur la bille (2)
- Le corps de la souris (1) est animé d'un mouvement plan par rapport à la table (0). On peut donc dire que le corps de la souris (1) est en liaison appui plan de normale  $(I; \vec{z}_0)$  avec la table (0).

La position de (1) par rapport à (0) est définie par :

$$\overrightarrow{OC} = x \vec{x}_0 + y \vec{y}_0 + R \vec{z}_0 \text{ et } \theta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_I)$$

Le mouvement de (1) par rapport à (0) est défini par le torseur suivant :

$$\left\{ \mathbf{V}_{I/0} \right\} = I \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{I/0} = \dot{\theta} \vec{z}_0 \\ \vec{V}_{I \in I/0} = \dot{x} \vec{x}_0 + \dot{y} \vec{y}_0 \end{array} \right\}$$

- on note :  $\vec{\Omega}_{3/1} = \omega_{31} \vec{y}_1 \quad \vec{\Omega}_{4/1} = \omega_{41} \vec{x}_1$

### II Travail demandé :

Il s'agit ici de déterminer les vitesses de rotation des galets en fonction des déplacements de la souris sur la table.

**Q1-** Réaliser le graphe des liaisons de la souris en indiquant pour chaque liaison un vecteur vitesse d'un point caractéristique.

2

Nota : pour le graphe veuillez respecter l'architecture suivante



4

**Q2-** Exprimer la condition de roulement sans glissement en I entre la bille (2) et la table (0)

1

**Q3-** Décomposer le vecteur vitesse de glissement exprimé à la question précédente en passant par (1). Calculer alors les vitesses, relative et d'entraînement ainsi obtenues en appliquant le champ des vecteurs vitesse entre des points judicieusement choisis.

0

**Q4-** Déduire des deux questions précédentes les composantes  $\mathbf{p}$  et  $\mathbf{q}$  de  $\vec{\Omega}_{2/I}$  en fonction de  $R, \dot{x}, \dot{y}$

**Q5-** En exprimant la condition de roulement sans glissement en J entre la bille (2) et le galet (3), et après avoir décomposé ce vecteur en passant par (1) :

- déterminer complètement le torseur cinématique représentant le mouvement du galet (3) par rapport au corps (1) écrit au point L (en fonction de  $a, \theta, \dot{x}, \dot{y}$ ),
- en déduire la composante  $\mathbf{r}$  de  $\vec{\Omega}_{2/I}$

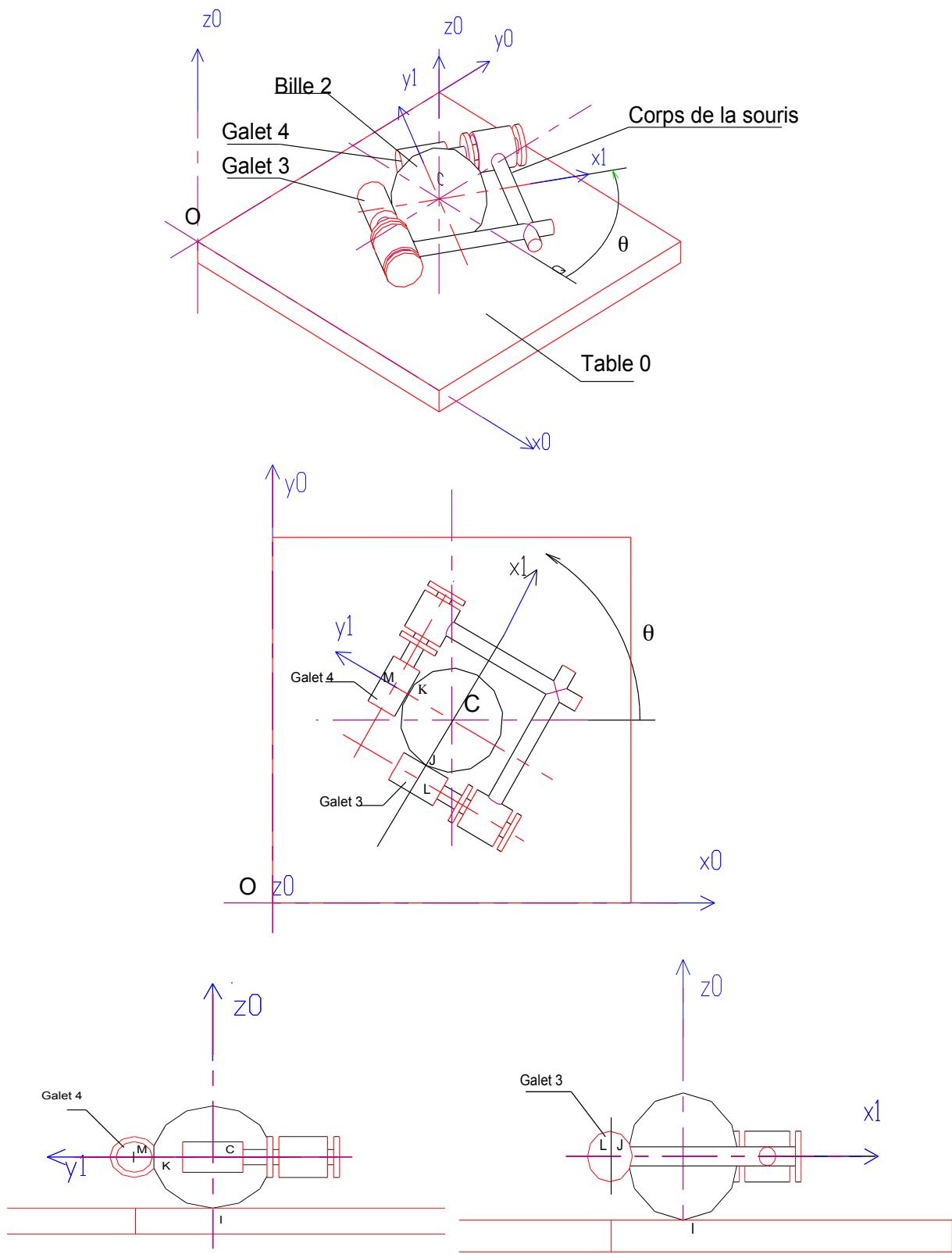
**Q6-** En exprimant la condition de roulement sans glissement en K entre la bille (2) et le galet (4), et après avoir décomposé ce vecteur en passant par (1), déterminer complètement le torseur cinématique représentant le mouvement de (4) par rapport à (1) écrit au point M (en fonction de  $a, \theta, \dot{x}, \dot{y}$ ).

**Q7-** On suppose que le mouvement de (1) par rapport à (0) est un mouvement rectiligne uniforme défini par :

$$\tan \alpha = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} \text{ et } \theta = \text{cte}$$

Déterminer le rapport  $\frac{\omega_{4I}}{\omega_{3I}}$  en fonction de  $\theta$  et  $\alpha$

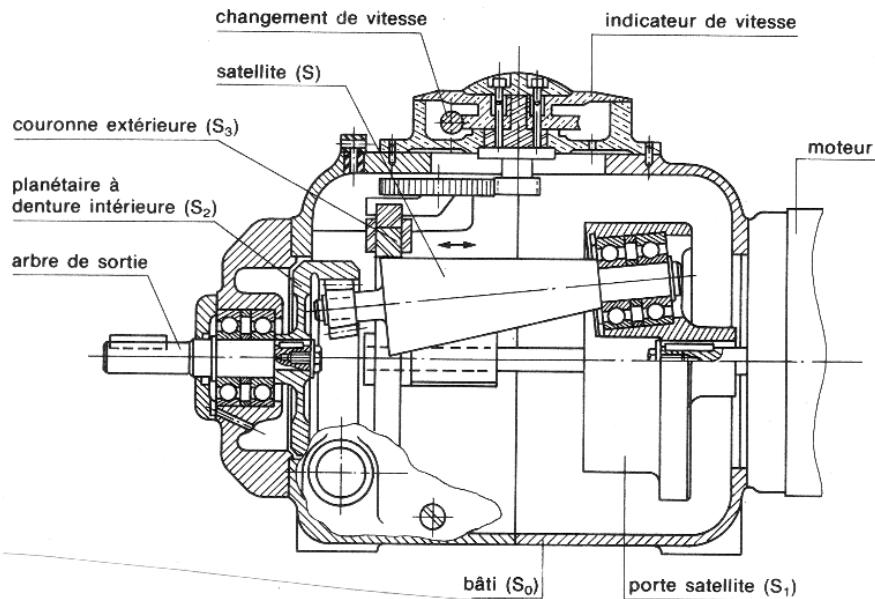
**Document 1 :**



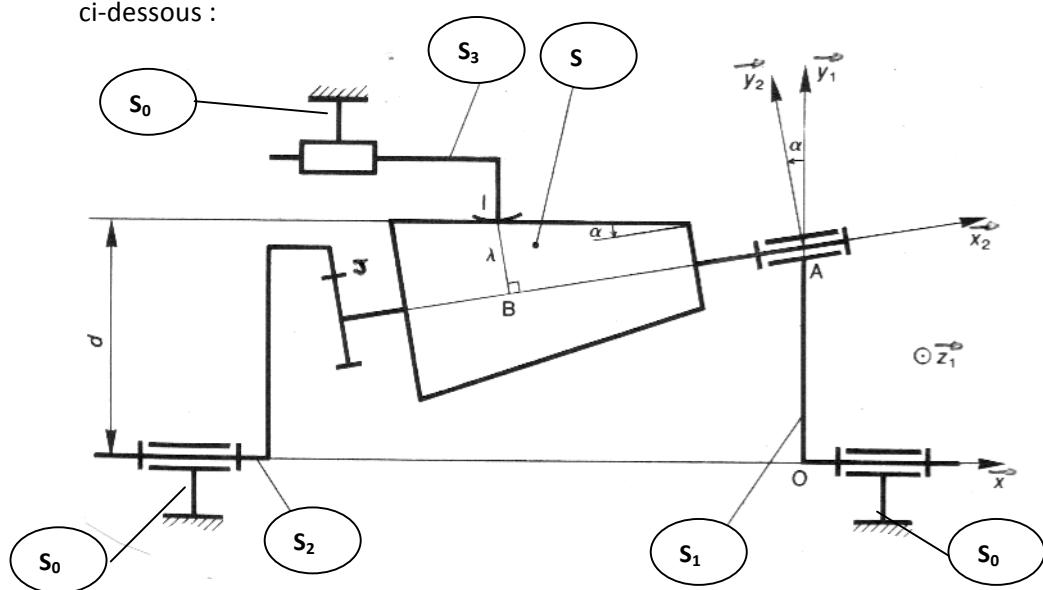
## 4.2.2 Variateur de Graham :

### I Présentation :

Le dessin du variateur de vitesse Graham est donné sur la figure ci-dessous :



Le schéma cinématique associé, servant de modèle à l'étude cinématique suivante est donné ci-dessous :



$$\overrightarrow{OJ} = ?\vec{x} + \frac{d_2}{2}\vec{y}_1 ; \overrightarrow{BJ} = ?\vec{x}_2 + \frac{d_1}{2}\vec{y}_2$$

- Soit  $R(O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  un repère lié au bâti ( $S_0$ ) du variateur. L'arbre moteur ( $S_1$ ) et l'arbre récepteur ( $S_2$ ) ont une liaison pivot d'axe  $(O; \vec{x})$  avec ( $S_0$ ). On pose :
 
$$\vec{\Omega}_{(S_1/S_0)} = \omega_1 \vec{x}$$

$$\vec{\Omega}_{(S_2/S_0)} = \omega_2 \vec{x}$$
- Soient  $R_1(O; \vec{x}, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  et  $R_2(A; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  deux repères liés respectivement à ( $S_1$ ) et ( $S_2$ )<sup>1</sup> tels que  $\overrightarrow{OA}$  ait même direction que  $\vec{y}_1$ . On pose  $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_2)$  ( $\alpha$  est constant)
- Le satellite ( $S$ ) a une liaison pivot d'axe  $(A, \vec{x}_2)$  avec ( $S_1$ ). ( $S$ ) est un tronc de cône de révolution d'axe  $(A, \vec{x}_2)$ , de demi angle au sommet  $\alpha$ . On pose  $\vec{\Omega}_{(S/S_1)} = \omega \vec{x}_2$ .
- La génératrice de ( $S$ ) du plan  $(O; \vec{x}, \vec{y}_1)$  la plus éloignée de l'axe  $(O; \vec{x})$  est parallèle à  $\vec{x}$ . Notons  $d$  sa distance à l'axe  $(O; \vec{x})$  donc  $\overrightarrow{OI} = ?\vec{x} + d\vec{y}_1$
- ( $S$ ) roule sans glisser au point I sur une couronne ( $S_3$ ), immobile par rapport à ( $S_0$ ) pendant le fonctionnement. Le réglage du rapport de variation s'obtient en déplaçant ( $S_3$ ) suivant l'axe  $(O; \vec{x})$ .
- Soit B le centre de la section droite du tronc de cône passant par I. On pose  $\overrightarrow{BI} = \lambda \cdot \vec{y}_2$ . A l'extrémité de ( $S$ ) est fixée une roue dentée de  $n$  dents, d'axe  $(A, \vec{x}_2)$ , qui engrène avec une couronne dentée intérieure d'axe  $(O; \vec{x})$ , de  $n_2$  dents, liée à ( $S_2$ ).

## II Travail demandé :

**Q1-** Tracer le graphe des liaisons du variateur.

**Q2-** En exprimant que ( $S$ ) roule sans glisser sur ( $S_3$ ) au point I, déterminer  $\omega$  en fonction de  $\omega_1$ ,  $d$  et  $\lambda$ .

**Q3-** Quelle relation obtient-on entre  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  et  $\omega$  en exprimant l'engrènement des deux roues dentées ? (c'est à dire que ( $S_2$ ) et ( $S$ ) roulent sans glisser l'un sur l'autre en J).

**Q4-** En déduire le rapport de variation  $\frac{\omega_2}{\omega_1}$  du mécanisme en fonction de  $\lambda$ ,  $d$ ,  $d_1$  et  $d_2$ .

**Q5-** Tracer la courbe représentative du rapport de variation  $\frac{\omega_2}{\omega_1}$  en fonction de  $\lambda$ , sachant

que  $\frac{n}{n_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{11}{38}$ ,  $d = 55\text{mm}$ , et que  $\lambda$  varie entre la valeur  $\lambda_{\min} = 12\text{ mm}$  et la valeur

$\lambda_{\max} = 23\text{ mm}$ .

---

<sup>1</sup> C'est bien ( $S$ ) et pas ( $S_2$ )