

3.1- Représentation des liaisons entre solides

Contenu :

1) Contacts entre solides :	2
1.1) Géométrie générale des contacts entre deux solides :	2
1.1.1) Préliminaires :	2
1.1.2) Géométries possibles du contact :	2
2) Liaisons normalisées entre solides :	3
2.2) Classification :	3
2.3) Hypothèses fondamentales :	3
2.4) Tableau récapitulatif des liaisons usuelles :	4
3) Mécanismes :	8
3.1) Structure d'une chaîne de solides : graphe des liaisons :	8
3.1.1) Classes d'équivalence :	8
3.1.2) Graphe des liaisons :	9
4) Schéma cinématique minimal :	9

1) Contacts entre solides :

Deux solides sont dits en liaison lorsqu'il y a **contact** physique direct entre eux, et que ce contact dure dans le temps.

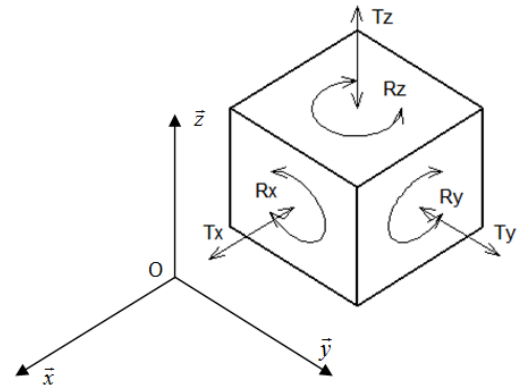
1.1) Géométrie générale des contacts entre deux solides :

1.1.1) Préliminaires :

La position et l'orientation d'un solide (1) par rapport à un autre solide (0) pris comme référence, peuvent être complètement définies si on connaît six paramètres indépendants (3 paramètres de position et 3 d'orientation). Ces paramètres sont aussi appelés degrés de liberté (*d.d.l.*) ou degrés de mobilité.

Soit n_c le nombre de degrés de liberté laissés libres par la liaison établie entre deux solides :

- Si $n_c = 0$ la liaison est dite encastrement, ce qui revient à dire que (0) et (1) n'ont aucun mouvement relatif possible.
- Si $n_c = 6$ la liaison est dite libre ; c'est en fait l'absence de liaison entre (1) et (0),



Par conséquent un solide (1), libre par rapport au solide de référence (0), peut se déplacer :

- En translation **suivant** l'un des trois axes de référence (T_x, T_y, T_z)
- En rotation **autour** de l'un des trois axes de référence (R_x, R_y, R_z).

1.1.2) Géométries possibles du contact :

Les contacts sont établis entre des surfaces considérées géométriquement parfaites. En prenant en compte les surfaces les plus courantes (plan, cylindre, sphère) les différents contacts possibles sont répertoriés dans le tableau ci-dessous.

	Plan	Cylindre	Sphère
Sphère	Point	Cercle / <i>Point</i>	Sphère / <i>Point</i>
Cylindre	Droite	Droite / <i>Point</i> / Cylindre	
Plan	Plan		

Les contacts apparaissant en italique sont peu utilisés dans la conception des liaisons entre solides. Globalement le tableau met en évidence : 1 contact ponctuel, 2 contacts linéaires et 3 contacts surfaciques. Les liaisons usuelles entre solides vont être classées en fonction de la nature de ces contacts.

2) Liaisons normalisées entre solides :

2.1) Définition 3-1 : Modélisation d'un mouvement par un torseur :

Nous montrerons plus tard que le mouvement relatif entre deux solides 1 et 2 peut être décrit en un point P quelconque par un élément mathématique appelé « torseur cinématique » noté ${}_P\{\mathcal{V}_{2/1}\}$. Celui-ci fait apparaître dans sa notation deux vecteurs et sa notation est la suivante :

$${}_P\{\mathcal{V}_{2/1}\} = {}_P\left\{\begin{matrix} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \vec{V}_{P,2/1} \end{matrix}\right\} = {}_P\left\{\begin{matrix} p_{21} & u_{21} \\ q_{21} & v_{21} \\ r_{21} & w_{21} \end{matrix}\right\}(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

Où :

$\vec{\Omega}_{2/1}$ appelée résultante du torseur cinématique, représente la rotation relative du solide 2 par rapport au solide 1. Son unité est le rad.s^{-1} . Le plus souvent on appellera $\vec{\Omega}_{2/1}$ vecteur rotation (ou taux de rotation) du mouvement de 2 par rapport à 1.

$\vec{V}_{P,2/1}$ appelé moment en P du torseur cinématique représente la translation (glissement) du solide 2 par rapport au solide 1. Son unité est le m.s^{-1} . Le plus souvent on appellera $\vec{V}_{P,2/1}$ vecteur vitesse du point P dans le mouvement de 2 par rapport à 1.

Dans la base d'expression $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ ces deux vecteurs s'écrivent :

$$\begin{aligned}\vec{\Omega}_{2/1} &= p_{21} \cdot \vec{x} + q_{21} \cdot \vec{y} + r_{21} \cdot \vec{z} \\ \vec{V}_{P,2/1} &= u_{21} \cdot \vec{x} + v_{21} \cdot \vec{y} + w_{21} \cdot \vec{z}\end{aligned}$$

2.2) Classification :

La classification des liaisons est établie à partir du nombre de degrés de liberté laissé libre par le contact entre les deux solides.

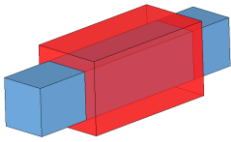
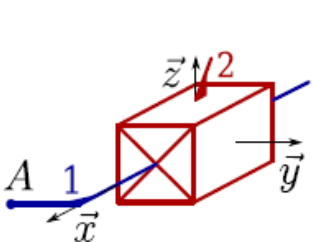
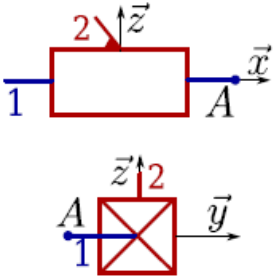
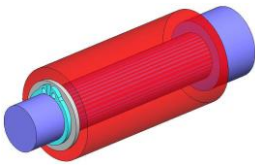
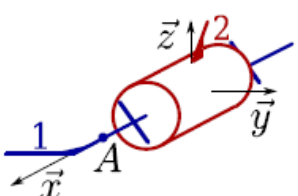
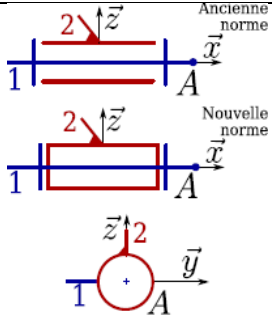
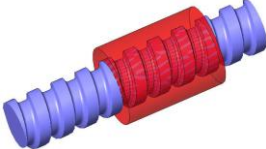
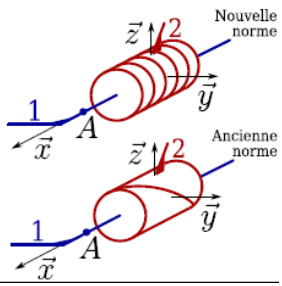
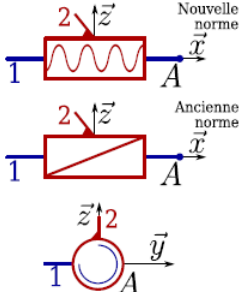
Usuellement on comptabilise dix liaisons différentes et on leur associe un nom et une représentation schématique spécifiques. Cette classification fait l'objet d'une norme référencée NF EN ISO 3952-1.

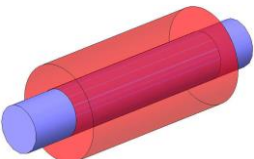
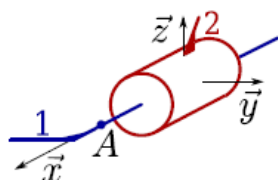
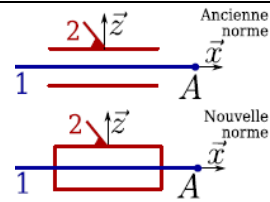
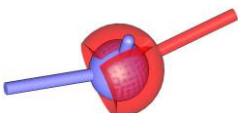
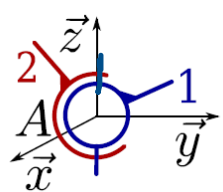
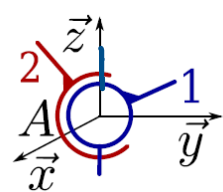
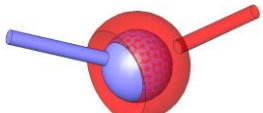
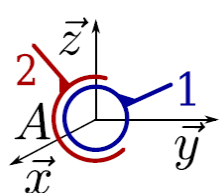
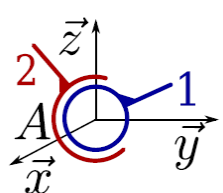
2.3) Hypothèses fondamentales :

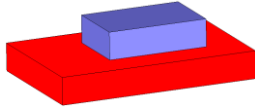
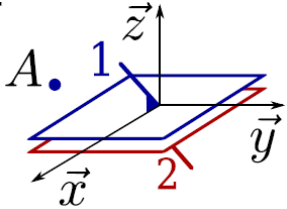
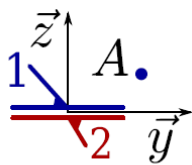
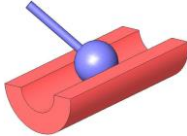
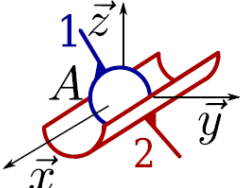
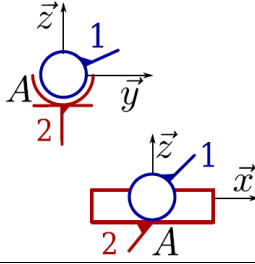
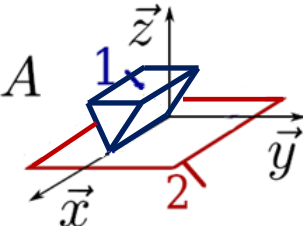
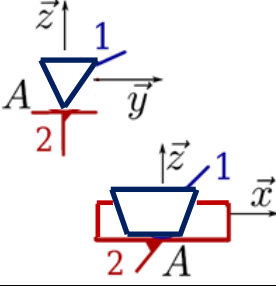
Les liaisons cinématiques sont considérées comme parfaites, c'est-à-dire que :

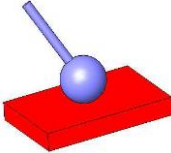
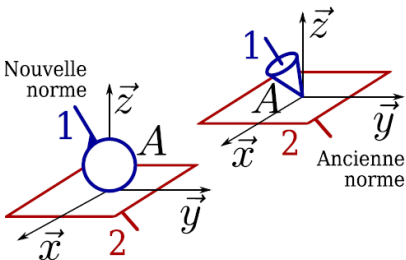
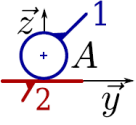
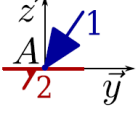
- La géométrie de contact est parfaite (pas de jeu, pas de déformation)
- Le mouvement relatif est sans frottement.

2.4) Tableau récapitulatif des liaisons usuelles :

Liaison glissière de direction \vec{x} 		$1 \text{ d.d.l} : T_x$
		$\left\{ \mathbf{V}_{2/1} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 & u_{21} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} (\vec{x}, \dots)$ Modèle valable $\forall A \in (A; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$
Liaison pivot d'axe $(A; \vec{x})$ 		$1 \text{ d.d.l} : R_x$
		$\left\{ \mathbf{V}_{2/1} \right\} = \begin{Bmatrix} p_{21} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} (\vec{x}, \dots)$ Modèle valable $\forall A \in (A; \vec{x})$
Liaison hélicoïdale d'axe $(A; \vec{x})$ 		$1 \text{ d.d.l} : T_x = f(R_x)$
		$\left\{ \mathbf{V}_{2/1} \right\} = \begin{Bmatrix} p_{21} & \frac{P}{2 \cdot \pi} \cdot p_{21} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} (\vec{x}, \dots)$ Modèle valable $\forall A \in (A; \vec{x})$

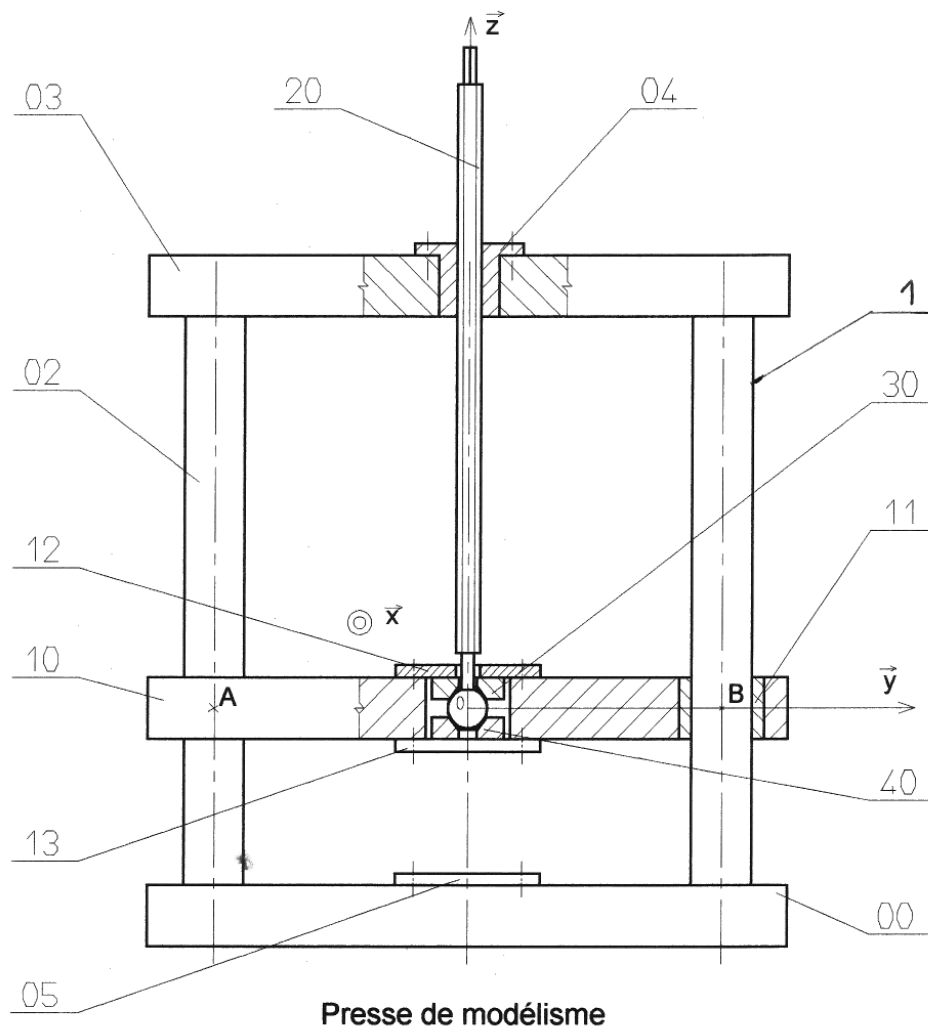
Liaison pivot glissant d'axe $(A; \vec{x})$ 		$2 \text{ d.d.l} : T_x ; R_x$
		$\{\mathbf{v}_{2/1}\} = \begin{matrix} & \begin{matrix} p_{21} & u_{21} \\ 0 & 0 \end{matrix} \\ A \begin{matrix} 0 & 0 \end{matrix} \end{matrix} (\vec{x}, \dots)$ Modèle valable $\forall A \in (A; \vec{x})$
Liaison rotule à doigt de centre A 		$2 \text{ d.d.l} : R_x ; R_z$
		$\{\mathbf{v}_{2/1}\} = \begin{matrix} & \begin{matrix} p_{21} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \\ A \begin{matrix} r_{21} & 0 \end{matrix} \end{matrix} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ Modèle valable uniquement au centre de la sphère
Liaison rotule de centre A 		$3 \text{ d.d.l} : R_x ; R_y ; R_z$
		$\{\mathbf{v}_{2/1}\} = \begin{matrix} & \begin{matrix} p_{21} & 0 \\ q_{21} & 0 \end{matrix} \\ A \begin{matrix} r_{21} & 0 \end{matrix} \end{matrix} (\dots, \dots)$ Modèle valable uniquement au centre de la sphère

Liaison appui plan de normale $(A; \vec{z})$ 		$3 \text{ d.d.l} : T_x ; T_y ; R_z$
		$\left\{ \mathbf{v}_{2/1} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 & u_{21} \\ 0 & v_{21} \\ r_{21} & 0 \end{Bmatrix}_{A \left(\dots, \vec{z} \right)}$ <p>Modèle valable $\forall A \in (A; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$</p>
Liaison linéaire annulaire d'axe $(A; \vec{x})$ 		$4 \text{ d.d.l} : T_x ; R_x ; R_y ; R_z$
		$\left\{ \mathbf{v}_{2/1} \right\} = \begin{Bmatrix} p_{21} & u_{21} \\ q_{21} & 0 \\ r_{21} & 0 \end{Bmatrix}_{A \left(\vec{x}, \dots \right)}$ <p>Modèle valable uniquement au centre de la sphère</p>
Liaison linéaire rectiligne de normale $(A; \vec{z})$ et d'axe $(A; \vec{x})$		$4 \text{ d.d.l} : T_x ; T_y ; R_x ; R_z$
		$\left\{ \mathbf{v}_{2/1} \right\} = \begin{Bmatrix} p_{21} & u_{21} \\ 0 & v_{21} \\ r_{21} & 0 \end{Bmatrix}_{A \left(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right)}$ <p>Modèle valable $\forall A \in (A; \vec{x})$</p>

<p>Liaison ponctuelle de normale $(A; \vec{z})$</p> 	<p>5 d.d.l : $T_x ; T_y ; R_x ; R_y ; R_z$</p>
	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 10px;"> <p>Nouvelle norme</p> </div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 10px;">  <div style="margin-left: 10px;"> <p>Ancienne norme</p> </div> </div> $\left\{ \mathbf{V}_{2/1} \right\} = \begin{Bmatrix} p_{21} & u_{21} \\ q_{21} & v_{21} \\ r_{21} & 0 \end{Bmatrix}_A (... , \vec{z})$ <p>Modèle valable $\forall A \in (A; \vec{z})$</p>

3) Graphe des liaisons :

Pour illustrer la suite du cours, prenons l'exemple d'une presse de modélisme dont le dessin simplifié est représenté ci-dessous.



3.1) Structure d'une chaîne de solides : graphe des liaisons :

3.1.1) Classes d'équivalence :

Dans un mécanisme, les solides reliés par une liaison encastrement constituent un ensemble appelé **Classe d'Equivalence Cinématique (C.E.C.)**.

Dans la pratique chaque classe d'équivalence est repérée par un numéro correspondant au numéro de la pièce la plus représentative de l'ensemble.

Exemple : voir figure ci-dessous :

Les deux embases et les deux colonnes de la presse de modélisme n'ont aucun mouvement relatif. Elles constituent la classe d'équivalence $\{0\}$, dont les éléments représentés sont :

$$\{0\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

De la même façon la traverse 10, les deux bagues 11, les deux rondelles 12 et 13 appartiennent à la même classe d'équivalence $\{10\}$.

$$\{10\} = \{10, 11, 12, 13\}$$

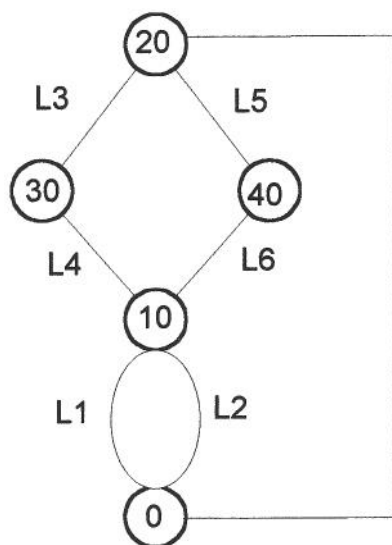
On trouve d'autre part (pour finir l'inventaire) les classes :

$$\{30\} = \{30\} ; \{40\} = \{40\}; \{20\} = \{20\}$$

3.1.2) Graphe des liaisons :

Le graphe des liaisons est une représentation plane qui sert à mettre en évidence les liaisons entre les différentes classes d'équivalence d'un mécanisme. Dans ce graphe, les C.E.C. sont schématisées par des cercles numérotés¹ et les liaisons par des arcs (ou des segments) joignant ces cercles.

On trouve ci-dessous le graphe associé à la presse de modélisme qui constitue notre exemple.



L7

L1 : Liaison pivot glissant d'axe $(A; \vec{z})$

L2 : Liaison pivot glissant d'axe $(B; \vec{z})$

L3 : Liaison rotule de centre O

L4 : Liaison appui plan de normale $(O; \vec{z})$

L5 : Liaison rotule de centre O

L6 : Liaison appui plan de normale $(O; \vec{z})$

L7 : Liaison hélicoïdale d'axe $(O; \vec{z})$

Remarque :

D'une façon générale, pour traduire les mouvements des pièces principales d'un mécanisme, il est préférable de rester à un niveau global en évitant de trop entrer dans les détails, de façon à construire le modèle le plus simple adapté au problème que l'on veut traiter.

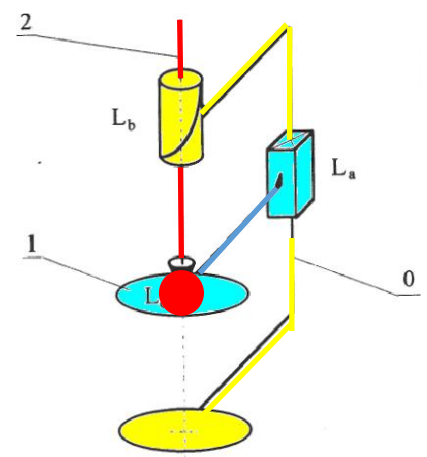
4) Schéma cinématique minimal :

Le schéma cinématique minimal d'un mécanisme est une représentation géométrique plane ou spatiale du graphe des liaisons.

Pour construire ce schéma :

- **On positionne** les liaisons les unes par rapport aux autres,
- **On représente** les liaisons suivant leur apparence normalisée en prenant soin de **les dessiner suivant l'orientation imposée par le système.**

Exemple : le schéma minimal de la presse de modélisme :



¹ Les numéros présents dans les cercles représentant les C.E.C. correspondent au numéro de la classe d'équivalence.