# ASSERVISSEMENTS : DIAGRAMMES DE BODE

## 1) GENERALITES :

Ces diagrammes sont tracés dans le cadre d'une étude fréquentielle des systèmes. Ils permettent d'analyser le comportement de ceux-ci lorsqu'on les stimule avec une entrée sinusoïdale dont on ferait varier la pulsation (donc la fréquence).
L'étude théorique consiste à analyser la fonction transfert du système en remplaçant la variable de Laplace p par le nombre complexe $j\omega$.

## 2) SYSTEME DU 1$^{ER}$ ORDRE :

$H(p)=\dfrac{K}{1+\tau\cdot p}$ se transforme en $H(j\cdot\omega)=\dfrac{K}{1+j\cdot\tau\cdot\omega}$

### Gain :

$G(dB)=20\cdot\log\left|H(j\cdot\omega)\right|$ Soit :

$$G(dB)=20\cdot\log(K)-20\cdot\log\left(\sqrt{1+\tau^2\cdot\omega^2}\right)$$

Etude aux limites :

- Pour les basses fréquences :
  $G(dB)\rightarrow 20\cdot\log(K)$
  $\omega\rightarrow 0$
  **G(dB) tend vers une droite horizontale d'ordonnée 20 log(K)**
- Pour les hautes fréquences :
  $G(dB)\rightarrow 20\cdot\log(K)-20\cdot\log(\tau\cdot\omega)$
  $\omega\rightarrow +\infty$
  **G(dB) tend vers une droite de pente -20 dB /decade**
- Pulsation de coupure :
  Recherche de l'abscisse de l'intersection de ces deux asymptotes. Cette abscisse est appelée pulsation de coupure et est notée $\omega_c$

  Pour $\omega=\omega_c$ on peut écrire :

  $$20\cdot\log(K)=20\cdot\log(K)-20\cdot\log(\tau\cdot\omega_c)$$

  finalement $\omega_c=\dfrac{1}{\tau}$

Diagramme : voir ci-dessous.

### Phase :

$\phi(°)=\arg(H(j\cdot\omega))$

Soit :

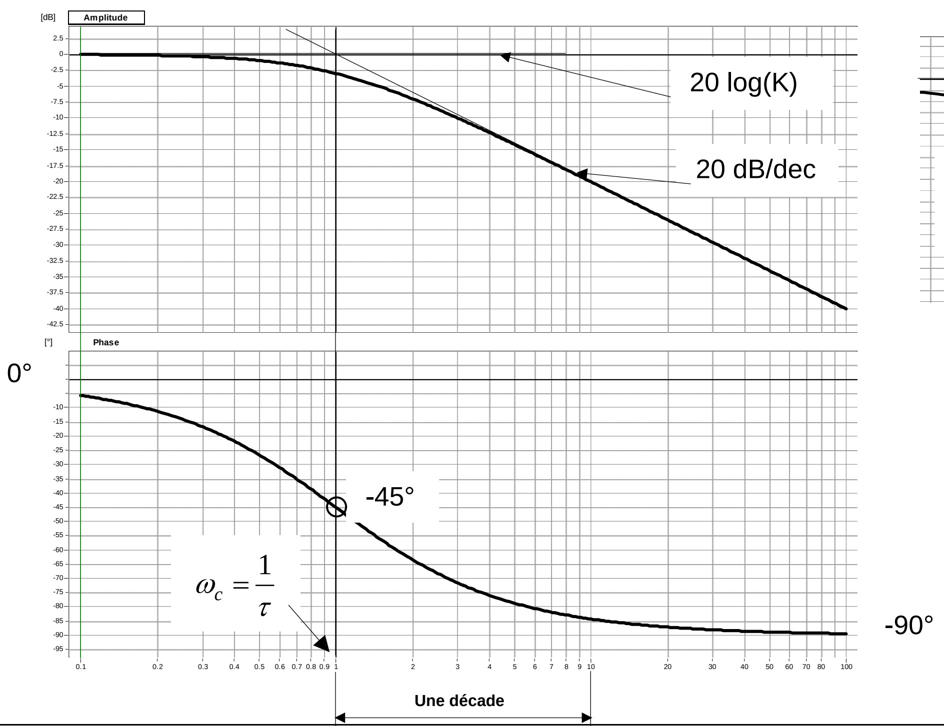
$$\phi(°)=-\arctan(\tau\cdot\omega)$$

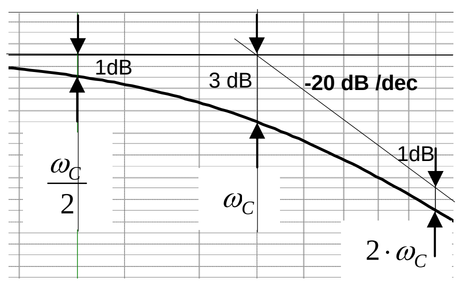
Etude aux limites :

- Pour les basses fréquences :
  $\phi(°)\rightarrow 0$
  $\omega\rightarrow 0$
  **$\phi$(°) tend vers une droite horizontale d'ordonnée 0**
- Pour les hautes fréquences :
  $\phi(°)\rightarrow -90°$
  $\omega\rightarrow +\infty$
  **$\phi$(°) tend vers une droite horizontale d'ordonnée -90°**
- Pulsation de coupure :

  $$\phi(\omega_c)=-45°$$

Diagramme : voir ci-dessous.



## 2) SYSTEME DU 2ND ORDRE :

$$H(p)=\frac{K}{1+\frac{2\cdot a}{\omega_n}\cdot p+\frac{1}{\omega_n^2}\,p^2}$$ se transforme en $$H(j\cdot\omega)=\frac{K}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2+j\cdot 2\cdot a\cdot\frac{\omega}{\omega_n}}$$

Généralement on pose : $\omega_u=\frac{\omega}{\omega_n}$ pulsation réduite, donc : $H(j\cdot\omega_u)=\frac{K}{1-\omega_u^2+j\cdot 2\cdot a\cdot\omega_u}$

### Gain :

$G(dB)=20\cdot\log\left|H(j\cdot\omega)\right|$ Soit :

$$G(dB)=20\cdot\log(K)-20\cdot\log\left(\sqrt{\left(1-\omega_u^2\right)^2+4\cdot a^2\cdot\omega_u^2}\right)$$

Etude aux limites :

- Pour les basses fréquences :

  $G(dB)\rightarrow 20\cdot\log(K)$

  $\omega\rightarrow 0$

  **G(dB) tend vers une droite horizontale d'ordonnée 20 log(K)**
- Pour les hautes fréquences :

  $G(dB)\rightarrow 20\cdot\log(K)-40\cdot\log(\omega_u)$

  $\omega\rightarrow+\infty$

  **G(dB) tend vers une droite de pente -40 dB /decade**
- Pulsation de coupure :
  Recherche de l'abscisse de l'intersection de ces deux asymptotes. Cette abscisse est appelée pulsation réduite de coupure et est notée $\omega_{uc}=\frac{\omega_c}{\omega_n}$

  Pour $\omega_u=\omega_{uc}$ on peut écrire :

  $$20\cdot\log(K)=20\cdot\log(K)-40\cdot\log(\omega_{uc})$$

  finalement $\omega_{uc}=1$ donc $\omega_c=\omega_n$

Diagramme : voir ci-dessous.

### Phase :

$\phi(°)=\arg(H(j\cdot\omega))$

Soit :

$$\phi(°)=-\arctan\left(\frac{2\cdot a\cdot\omega_u}{1-\omega_u^2}\right)$$

Etude aux limites :

- Pour les basses fréquences :

  $\phi(°)\rightarrow 0$

  $\omega_u\rightarrow 0$

  **$\phi$(°) tend vers une droite horizontale d'ordonnée 0**
- Pour les hautes fréquences :

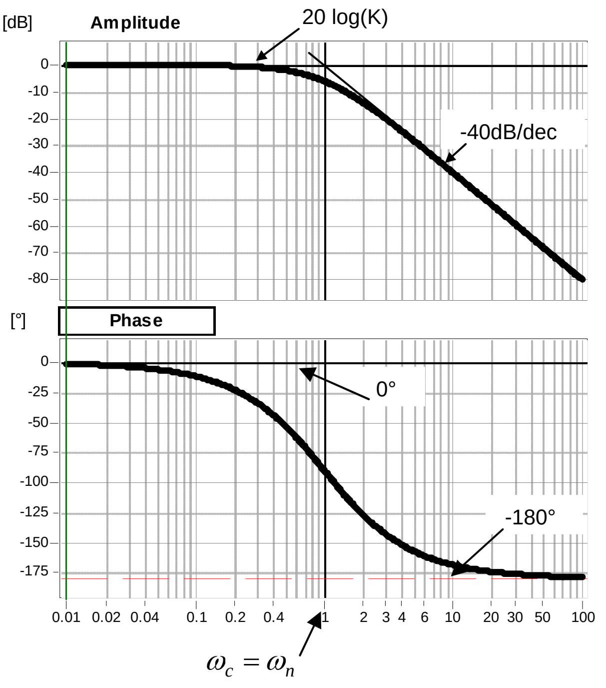
  $\phi(°)\rightarrow -180°$

  $\omega_u\rightarrow+\infty$

  **$\phi$(°) tend vers une droite horizontale d'ordonnée -180°**
- Pulsation de coupure :

  $\phi(\omega_{uc})=-90°$

Diagramme : voir ci-dessous.




### Résonance d'amplitude :

La courbe G(dB) passe par un maximum si $a<\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- L'abscisse du point de résonance est repérée par la pulsation de résonance :

  $$\omega_r=\omega_n\cdot\sqrt{1-2\cdot a^2}$$
- l'ordonnée :

  $$G(\omega_r)=20\cdot\log\left(\frac{K}{2\cdot a\cdot\sqrt{1-a^2}}\right),$$

Le coefficient de surtension est défini par :

$Q=\frac{1}{2\cdot a\cdot\sqrt{1-a^2}}$ ou en dB $Q(dB)=-20\cdot\log\left(2\cdot a\cdot\sqrt{1-a^2}\right)$