2- Validation des performances

des Systèmes Linéaires Continus et Invariants

Modéliser le signal d'entrée

Contenu :

1. Performances des systèmes asservis

Le comportement d'un système asservi est évalué suivant différents critères de performance, **la stabilité, la rapidité, la précision**.

1.1 Stabilité

La réponse du système converge-t-elle pour une entrée constante ?

Définition 1.1 (Stabilité)

Un système est stable au sens **E**ntrée **B**ornée - **S**ortie **B**ornée (EB-SB) si pour toute entrée bornée, la sortie est bornée.

Les figures ci-dessous illustrent la réponse de systèmes instables figure 1.1a et la réponse de systèmes stables figure 1.1b

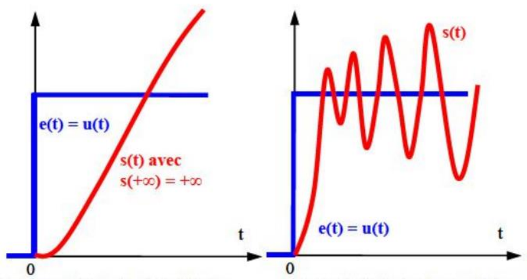


Figure 1.1a : Systèmes instables

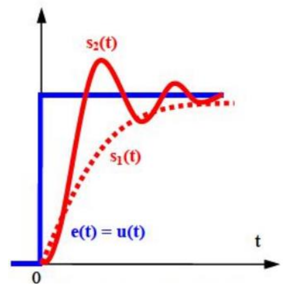


Figure 1.1b : Systèmes stables

1.2 Rapidité

Combien de temps faut-il pour que la réponse se stabilise ?

Définition 1.2 (Rapidité)

Un système est **rapide s'il converge en un temps court.**

La rapidité est caractérisée par le temps de réaction du système pour une brusque variation de la grandeur d'entrée, c'est-à-dire une entrée en échelon.

La valeur finale étant le plus souvent atteinte de manière asymptotique, le critère d'évaluation de la rapidité d'un système est le temps à 5%.

$t_{5\%}$ est le temps mis par le système pour **entrer dans une bande de ±5% autour de la valeur de convergence** et ne plus en sortir.

La figure ci-dessous caractérise la rapidité d'un système par le temps de réponse à 5% : $t_{5\%}$

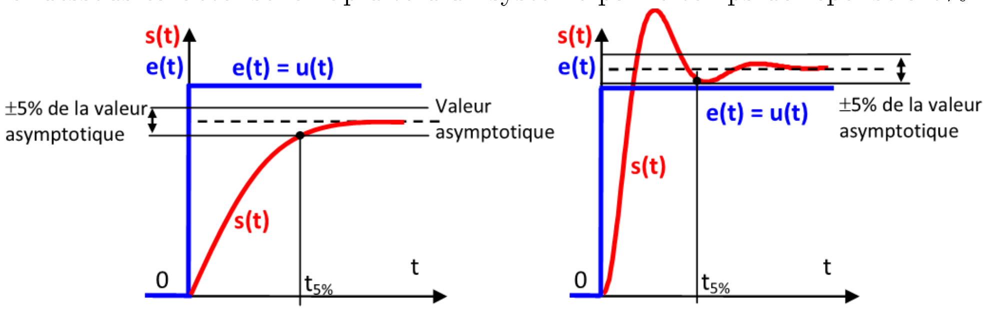


Figure 1.2 : Caractérisation du temps de réponse.

<u>1.3 Précision</u>

Le système asservi atteint-il la valeur de la consigne ?

Définition 1.3 (Précision)

La précision qualifie l'amplitude du système à atteindre la valeur de consigne à la convergence. Elle est caractérisée par l'erreur statique ε_s.

L'erreur $\varepsilon\,(t)$est la différence entre la consigne e(t) et la réponse s(t) du système. Elle n'est définie que si la consigne et la réponse sont de même nature.

$$\varepsilon(t) = e(t) - s(t)$$

$$\varepsilon_s = \lim_{t \to +\infty} (e(t) - s(t))$$

Un système est **précis** lorsque **$\boldsymbol{\varepsilon_s}$ est nulle**.

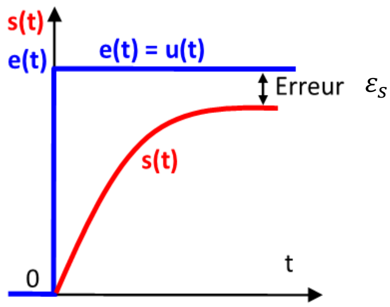


Figure 1.3 : Caractérisation de la précision d'un système.

2. Validation des performances des asservis

L'objectif d'un travail de modélisation d'un système est d'obtenir des performances calculées pour vérifier la conformité avec celles demandées dans le cahier des charges.
La première étape de modélisation consiste à tracer le schéma blocs fonctionnel qui définit l'architecture du système et les grandeurs physiques pertinentes échangées par les composants.
A ce stade, il est possible de calculer la fonction transfert globale puis l'expression de la sortie dans le domaine de Laplace.
Le calcul de la sortie nécessite néanmoins de fixer une consigne d'entrée. Pour évaluer les performances, des signaux tests sont utilisés de façon à uniformiser la mesure de chaque critère.

2.1 Principe de causalité

Les signaux d'entrée e(t) sont des fonctions du temps. Comme nous l'avons vu précédemment, nous faisons l'hypothèse qu'ils ne sont pas aléatoires ; on connaît leurs causes. C'est-à-dire $e(t < 0) = 0$.
Généralement on forme les grandeurs d'entrées ainsi :

$$e(t) = f(t).u(t)$$

u(t) est appelée fonction de Heaviside, elle est telle que :

$$u(t) = 1 \text{ pour } t \geq 0$$
$$u(t) = 0 \text{ pour } t < 0$$

Cette combinaison (*f(t).u(t)*) permet d'annuler *e(t)* pour les temps négatifs.

2.2 Les signaux tests

On distingue quatre signaux tests (entrées types) qui permettent de définir tour à tour les principaux critères de performance d'un système :

2.2.1 Impulsion de Dirac

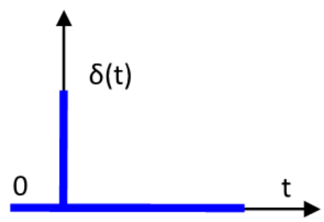
Ce signal noté δ(t) est une impulsion brève qui vaut 0 en tout point sauf au voisinage de t = 0 s. L'impulsion de Dirac est alors définie par :

$$\lim_{t \to 0^+} \delta(t) = 1 \qquad \delta(t) = 0 \quad \forall t \in \Re^{+*}$$

$$e(t) = A.\delta(t) \text{ A est une constante.}$$

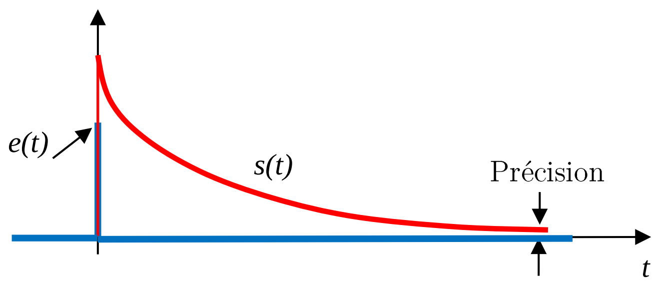
Son image dans le domaine de Laplace est :

$$\mathcal{L}(A \cdot \delta(t)) = A$$



Réponse à une entrée impulsionnelle :
Cet essai permet de tester les performances du système face à des **perturbations brèves.**
On observe :

- Prioritairement la **stabilité** c'est-à-dire de voir si la réponse du système ne s'écarte pas définitivement d'une position stable.
- Accessoirement, la rapidité et la précision.



2.2.2 Echelon

Cette fonction est définie de la manière suivante :

$$e(t) = A.u(t)$$

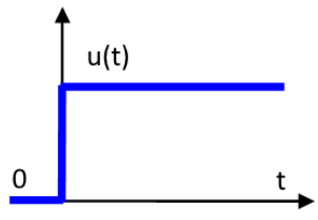
A étant une constante.

L'échelon peut être unitaire dans ce cas il se note :

$$e(t) = u(t)$$

Son image dans le domaine de Laplace est :

$$\mathcal{L}(A \cdot u(t)) = \frac{A}{p}$$

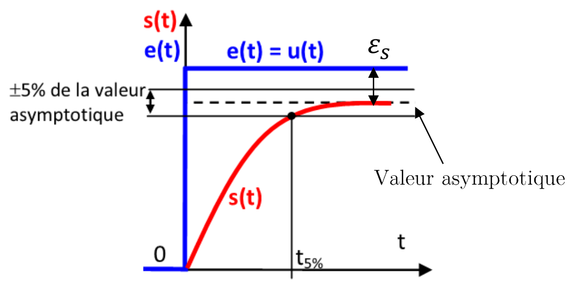


Réponse à l'entrée échelon :

Cet essai de loin le plus courant, permet de tester les trois performances les plus courantes.

On observe prioritairement :

- La **rapidité** par l'évaluation du critère $t_{5\%}$
- La **précision** par l'évaluation du critère ε_s
- La **stabilité** c'est-à-dire de voir si la réponse du système ne s'écarte pas définitivement de sa position.



2.2.3 Rampe

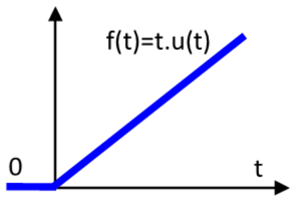
Cette fonction est définie de la manière suivante :

$$e(t) = A.t.u(t)$$

A étant une constante, ce signal évolue linéairement avec le temps pour $t \geq 0$.

Son image dans le domaine de Laplace est :

$$\mathcal{L}(A \cdot t \cdot u(t)) = \frac{A}{p^2}$$

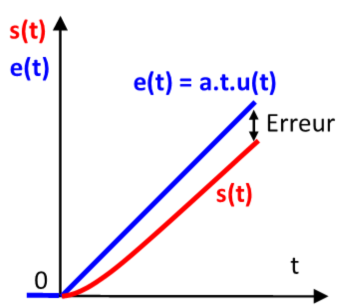


Réponse à une entrée rampe

Cet essai permet d'évaluer les capacités du système à suivre une consigne variable : Cas d'**un asservissement en poursuite.**

L'erreur permanente mesurée s'appelle erreur de suivi ou erreur de traînage. Elle est notée : ε_t.

$$\varepsilon_t = \lim_{t \to +\infty} e(t) - s(t)$$



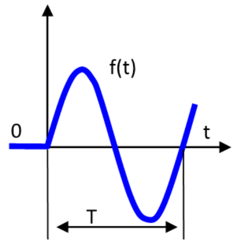
2.1.4 Sinus

Le signal de test sinusoïdal est défini par :

$$e(t) = E_0 \cdot sin(\omega \cdot t)$$

caractérisé par son amplitude E_0 et par sa pulsation ω.

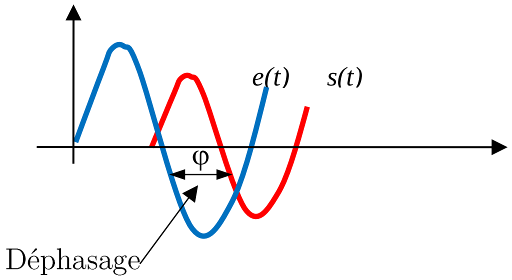
- Sa fréquence *f* est telle que : $\omega = 2.\pi.f$
- Sa période *T* vaut : $T = 2.\pi/\omega$



Réponse à une entrée sinusoïdale :

Les entrées sinusoïdales sont très utilisées pour étudier le comportement dynamique des systèmes, cela débouche sur ce qu'on appelle couramment une **étude fréquentielle** du comportement système.

Cet essai permet en particulier de mesurer les **marges de stabilité et la bande passante** du système.



En régime permanent, la réponse est sinusoïdale. (Système linéaire).

Elle est :

- De même période
- D'amplitude s_0

La réponse s(t) est déphasée d'un angle φ appelé angle de déphasage. Celui-ci correspondant à une erreur de suivi.